

# **Zadaci i rješenja**

**Društvo fizičara u Tuzlanskom kantonu**

**Ministarstvo obrazovanja i nauke TK**

**Pedagoški zavod Tuzlanskog kantona**

**ZADACI ZA KANTONALNO TAKMIČENJE IZ FIZIKE UČENIKA  
SREDNJIH ŠKOLA**

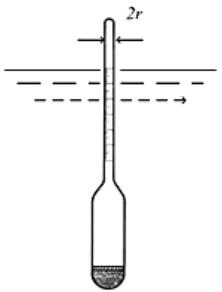
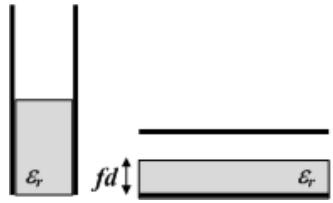
ZADACI ZA KANTONALNO TAKMIČENJE IZ FIZIKE

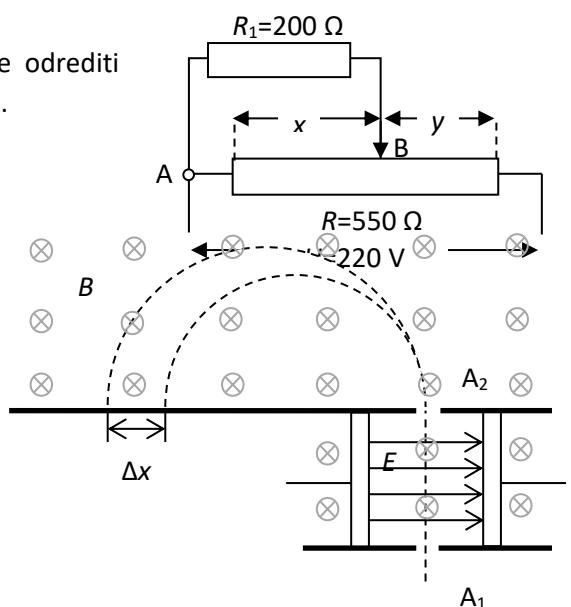
UČENIKA SREDNJIH ŠKOLA

JU Srednja medicinska škola Tuzla

30.03.2023. godine

Oblast B: OSCILACIJE, TALASI I ELEKTROMAGNETIZAM

- Areometar, mase 200 g i poluprečnika cijevi 5 mm, potopljen je u vodu. Areometar se gurne naniže, poslije čega on osciluje slobodno. Koliki je period oscilovanja areometra ako su njegove oscilacije harmonijske? Gustina vode je  $1000 \text{ kg/m}^3$ . 
- Izvor zvuka i posmatrač se kreću jedan drugom u susret konstantnim brzinama. Brzina posmatrača u odnosu na vazduh je 20 m/s. Prije mimoilaženja posmatrač registruje jednu frekvenciju, a poslije drugu koja je za 25% manja nego prethodna. Odrediti brzinu kretanja izvora zvuka u odnosu na vazduh. Brzina zvuka u vazduhu je 340 m/s.
- Kondenzator sa vertikalno postavljenim paralelnim pločama je napunjen do polovine visine sa dielektrikom čija je dielektrična konstanta  $\epsilon_r=2$ . Kada se ovaj kondenzator postavi u horizontalan položaj odrediti koji njegov dio ( $f$ ) se mora ispuniti istim dielektrikom tako da kapacitet kondenzatora u oba slučaja bude isti. 
- Dato je električno kolo prikazano na slici. Potrebno je odrediti potencijalnu razliku između tačaka A i B ako je  $k=x/y=5/3$ .
- U masenom spektrografu, prilikom separacije izotopa litijuma  ${}^6_3\text{Li}$  i  ${}^7_3\text{Li}$ , kroz dijafragmu  $A_1$  ubacuje se mlaz smješe ovih jona u prostor u kome je pored magnetnog polja uspostavljeno, normalno na njegov pravac, i elektrostatičko polje jačine  $300 \text{ V/cm}$ . Zatim, nakon prolaska kroz dijafragmu  $A_2$  i brzinske selekcije, joni  ${}^6_3\text{Li}$  i  ${}^7_3\text{Li}$  se kreću kroz magnetno polje i stižu na fotografsku ploču u tačke međusobno udaljene  $\Delta x=4 \text{ cm}$ . Kolika je indukcija magnetnog polja i brzina izotopa litija kada prođu kroz dijafragmu  $A_2$ . Atomska jedinica



mase iznosi  $u=1,66 \cdot 10^{-27}$  kg, a masa jona se dobiva tako što se pomnoži ova konstanta i maseni broj. Smatrali da svaki jon litija sadrži na sebi elementarnu količinu elektriciteta  $e=1,6 \cdot 10^{-19}$  C.

### Rješenje 1.

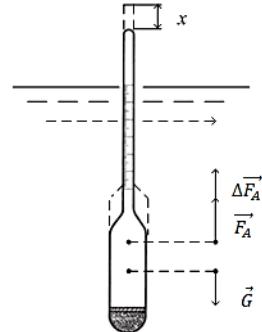
$$m=200 \text{ g}=0,2 \text{ kg}$$

$$r=5 \text{ mm}=5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\rho=1000 \text{ kg/m}^3$$

$$T=?$$

Kada se tijelo nalazi u ravnotežnom položaju u tom slučaju težina tijela je jednaka sili potiska koja djeluje na potopljeni dio tijela. Neka je zapremina potopljenog dijela tijela  $V_1$ .



$$mg = \rho g V_1 \quad (2 \text{ b})$$

Potiskivanjem areometra nadole za vrijednost  $x$ , zapremina potopljenog dijela tijela povećava se za  $\Delta V$ :

$$\Delta V = Sx = \pi r^2 x \quad (2 \text{ b})$$

U trenutku kada djelujemo silom nadole, koja je jednaka sili koja teži da vrati tijelo u ravnotežni položaj  $kx$ , tada se zapremina potopljenog dijela tijela povećava za  $\Delta V$  i iznosi  $V_1 + \Delta V$ . Na osnovu navedenog slijedi da je:

$$mg + kx = \rho g V_1 + \rho g \Delta V \quad (2 \text{ b})$$

$$kx = \rho g \Delta V$$

$$kx = \rho g \pi r^2 x \quad (2 \text{ b})$$

$$k = \rho g \pi r^2$$

Kada pustimo areometar sila  $kx$  vraća tijelo u ravnotežni položaj, pa kako je pri tome uspostavljena dinamička ravnoteža sa inercijalnom silom, tada je:

$$ma = kx \quad (2 \text{ b})$$

$$a = \frac{kx}{m} = \frac{\rho g \pi r^2 x}{m} \quad (1 \text{ b})$$

Obzirom da je:  $a = \omega^2 x$  (2 b)

$$\text{slijedi da je: } \omega^2 = \frac{\rho g \pi r^2}{m} \quad \omega = \sqrt{\frac{\rho g \pi r^2}{m}} = r \sqrt{\frac{\rho g \pi}{m}} \quad (2 \text{ b})$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (2 \text{ b})$$

$$T = \frac{2\pi}{r} \sqrt{\frac{m}{\rho g \pi}} \quad T = 3,2 \text{ s}$$
(3 b)

**Rješenje 2.**

$$v_p = 20 \text{ m/s}$$

$$f_2 = (1 - 0,25)f_1 = 0,75f_1$$

$$c = 340 \text{ m/s}$$

$$v_i = ?$$

Frekvencija koju registruje posmatrač prije mimoilaženja sa izvorom zvuka je:

$$f_1 = f_0 \frac{c + v_p}{c - v_i} \quad (4 \text{ b})$$

gdje je  $f_0$  frekvencija zvuka koju emituje izvor.

$$\text{Nakon mimoilaženja posmatrač registruje frekvenciju: } f_2 = f_0 \frac{c - v_p}{c + v_i} \quad (4 \text{ b})$$

$$\text{Prema uslovu zadatka vrijedi: } f_2 = 0,75f_1 \quad (2 \text{ b})$$

Zamjenom prethodnih izraza se dobiva:

$$f_0 \frac{c - v_p}{c + v_i} = 0,75f_0 \frac{c + v_p}{c - v_i} \quad \text{odnosno} \quad \frac{c - v_p}{c + v_i} = 0,75 \frac{c + v_p}{c - v_i} \quad (2 \text{ b})$$

$$c(c - v_p) - v_i(c - v_p) = 0,75(c + v_p)c + 0,75(c + v_p)v_i$$

$$c(c - v_p) - 0,75(c + v_p)c = 0,75(c + v_p)v_i + v_i(c - v_p)$$

$$c(c - v_p - 0,75c - 0,75v_p) = (0,75c + 0,75v_p + c - v_p)v_i \quad (3 \text{ b})$$

$$c(0,25c - 1,75v_p) = (1,75c - 0,25v_p)v_i$$

$$v_i = \frac{c(0,25c - 1,75v_p)}{(1,75c - 0,25v_p)} \quad v_i = 28,8 \text{ m/s} \quad (5 \text{ b})$$

**Rješenje 3.**

$$\varepsilon_r = 2$$

$$C_l = C_{ll}$$

$$f = ?$$

U prvom slučaju, kada su ploče kondenzatora postavljene vertikalno, dobivaju se dva kondenzatora vezana paralelno, sa kapacitetima:

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{S}{d} = \epsilon_0 \frac{S}{2d} \quad C_2 = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{2d} \quad (4 b)$$

gdje je  $S$  ukupna površina ploča kondenzatora, a  $d$  rastojanje između ploča. U ovom slučaju površine ploča kondenzatora  $C_1$  i  $C_2$  iznose polovinu od površine  $S$ .

Ekvivalentna kapacitivnost za paralelno vezane kondenzatore je:

$$C_I = C_1 + C_2 = \epsilon_0 \frac{S}{2d} + \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{2d} \quad (1 b)$$

$$C_I = \epsilon_0 \frac{S}{2d} (1 + \epsilon_r) \quad (1 b)$$

U drugom slučaju, kada je kondenzator postavljen horizontalno, dobivaju se dva kondenzatora vezana serijski, čiji su kapaciteti:

$$C_1' = \epsilon_0 \frac{S}{(1-f)d} \quad C_2' = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{fd} \quad (4 b)$$

gdje je  $f$  udio visine dielektrika u odnosu na ukupno rastojanje između ploča kondenzatora, odnosno  $fd$  je debljina kondenzatora sa dielektrikom, a  $(1-f)d$  kondenzatora bez dielektrika.

Ekvivalentna kapacitivnost za serijski vezane kondenzatore se određuje iz izraza:

$$\frac{1}{C_{II}} = \frac{1}{C_1'} + \frac{1}{C_2'} \quad (1 b)$$

$$\frac{1}{C_{II}} = \frac{(1-f)d}{\epsilon_0 S} + \frac{fd}{\epsilon_0 \epsilon_r S} \quad (2 b)$$

$$C_{II} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{\epsilon_r (1-f)d + fd} \quad (2 b)$$

Prema uslovu zadatka mora biti  $C_{II} = C_I$ .

$$\epsilon_0 \frac{S}{2d} (1 + \epsilon_r) = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{\epsilon_r (1-f)d + fd} \quad (1 b)$$

$$\frac{(1 + \epsilon_r)}{2} = \frac{\epsilon_r}{\epsilon_r (1-f) + f} \quad (2 b)$$

$$\frac{(1 + \epsilon_r)}{2} = \frac{\epsilon_r}{\epsilon_r + f(1 - \epsilon_r)} \quad (2 b)$$

$$(1 + \epsilon_r) [\epsilon_r + f(1 - \epsilon_r)] = 2\epsilon_r$$

$$f(1 - \epsilon_r) = \frac{\epsilon_r (1 - \epsilon_r)}{1 + \epsilon_r}$$

$$f = \frac{\varepsilon_r}{1 + \varepsilon_r}$$

$$f = \frac{2}{3}$$

(4 b)

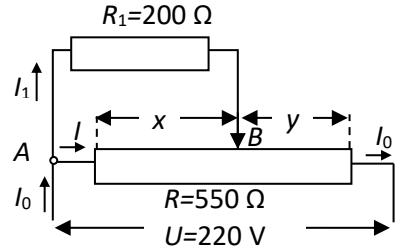
#### Rješenje 4.

$$R_1 = 200 \Omega$$

$$R = 550 \Omega$$

$$U = 220 \text{ V}$$

$$U_{AB} = ?$$



Pretpostavimo da se otpornik  $R$  sastoji od žice konstantnog poprečnog presjeka. Otpornost takve žice je proporcionalna njenoj dužini, prema poznatom izrazu:  $R = \frac{\rho l}{S}$  (1 b)

Neka dužini  $x$  te žice odgovara otpornost  $R_x$ , a dužini  $y$  otpornost  $R_y$ , tada je:

$$R = R_x + R_y \quad (1 \text{ b})$$

gdje je  $R_x = \rho \frac{x}{S}$  i  $R_y = \rho \frac{y}{S}$ , dok je otpornost  $R$ , koja odgovara ukupnoj dužini  $x+y$ :

$$R = \rho \frac{(x+y)}{S} \quad (1 \text{ b})$$

Dijeljenjem izraza za  $R_x$  i  $R$  se dobiva:

$$\frac{R_x}{R} = \frac{x}{x+y} \Rightarrow R_x = R \cdot \frac{x}{x+y} = R \cdot \frac{\frac{x}{y}}{\frac{x}{y} + 1} \quad (3 \text{ b})$$

odakle, zamjenom uslova zadatka da je  $k = \frac{x}{y} = \frac{5}{3}$  dobivamo:  $R_x = \frac{5}{8} R$  (1 b)

$$\text{dok je } R_y = \frac{3}{8} R \quad (1 \text{ b})$$

Potencijalna razlika između tačaka  $A$  i  $B$  odgovara padu napona na otporniku  $R_x$ , kroz koji protiče struja jačine  $I$  (kako smo izabrali i označili na slici), pa iznosi:

$$U_{AB} = I \cdot R_x \quad \rightarrow \quad U_{AB} = \frac{5}{8} IR \quad (2 \text{ b})$$

Da bi izračunali traženu potencijalnu razliku potrebno je odrediti jačinu struje  $I$ , što se određuje primjenom Kirchhoffovih pravila.

$$I \text{ Kirchhoffovo pravilo} \quad I_0 = I_1 + I \quad (1 \text{ b})$$

$$II \text{ Kirchhoffovo pravilo} \quad U = IR_x + I_0 R_y \quad (2 \text{ b})$$

$$0 = IR_x - I_1 R_1$$

Potrebno je riješiti dobiveni sistem jednačina po nepoznatoj jačini struje  $I$ . Zamjenom izraza za jačinu struje  $I_0$  (iz prve jednačine) u drugu jednačinu, te ako izrazimo jačinu struje  $I_1$  iz treće jednačine, pa to uvrstimo u drugu jednačinu, dobiva se sljedeće:

$$U = IR_x + I_1 R_y + IR_y = I(R_x + R_y) + I_1 R_y$$

$$I_1 = \frac{R_x}{R_1} I \quad (1 \text{ b})$$

$$U = I(R_x + R_y) + I \frac{R_x}{R_1} R_y = I \cdot R + I \cdot \frac{\frac{5}{8}R \frac{3}{8}R}{R_1} = IR \cdot \left(1 + \frac{15}{64} \frac{R}{R_1}\right)$$

$$U = IR \cdot \left(\frac{64R_1 + 15R}{64R_1}\right) \quad (3 \text{ b})$$

$$\text{Odakle je tražena jačina struje: } I = \frac{64UR_1}{R(64R_1 + 15R)} = 0,243 \text{ A} \quad (1 \text{ b})$$

$$\text{Tražena potencijalna razlika između tačaka } A \text{ i } B \text{ iznosi: } U_{AB} = 83,53 \text{ V} \quad (2 \text{ b})$$

### Rješenje 5:

$$E = 300 \text{ V/cm} = 30000 \text{ V/m}$$

$$\Delta x = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$$

$$u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$B = ? \quad v = ?$$

Joni, da bi prošli kroz dijafragmu  $A_2$ , moraju da se kreću pravolinijski kroz prostor elektrostatičkog i magnetnog polja, odakle slijedi da je:

$$qvB = qE \quad (3 \text{ b})$$

odakle iz brzinskog selektora mogu da prođu u prostor spektrografa samo joni čije su brzine:

$$v = \frac{E}{B} \quad (1 \text{ b})$$

U spektrografu na jone djeluje samo magnetno polje uslijed čega oni opisuju kružne putanje, ne mijenjajući intenzitet brzine. Neka je za  ${}^6_3\text{Li}$  poluprečnik putanje  $r_1$  i masa  $m_1$ , a za  ${}^7_3\text{Li}$  poluprečnik  $r_2$  i masa  $m_2$ .

$$evB = \frac{m_1 v^2}{r_1} \quad r_1 = \frac{m_1 E}{eB^2} \quad (3 \text{ b})$$

$$evB = \frac{m_2 v^2}{r_2} \quad r_2 = \frac{m_2 E}{eB^2} \quad (3 \text{ b})$$

Tada je, prema slici:  $\Delta x = 2r_2 - 2r_1 = 2(r_2 - r_1)$  (2 b)

$$\Delta x = 2 \frac{E}{eB^2} (m_2 - m_1) \quad (1 \text{ b})$$

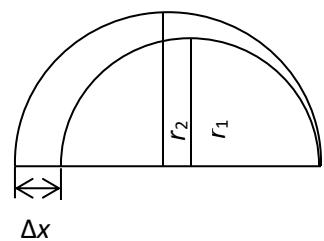
Indukcija magnetnog polja je onda data izrazom:

$$B = \sqrt{\frac{2E}{e\Delta x}} (m_2 - m_1) \quad (2 \text{ b})$$

Mase pojedinih jona su:  $m_1 = 6u$  i  $m_2 = 7u$ .

Uvrštavanjem u formulu dobiva se:  $B = \sqrt{\frac{2E}{e\Delta x}} u$   $B = 0,125 \text{ T}$  (3 b)

Tražena brzina jona iznosi:  $v = \frac{E}{B} = 240 \text{ km/s}$  (2 b)



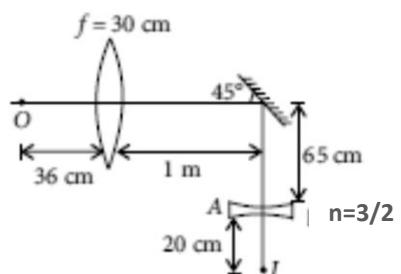
Društvo fizičara u Tuzlanskom kantonu  
Ministarstvo obrazovanja i nauke TK  
Pedagoški zavod Tuzlanskog kantona

ZADACI ZA KANTONALNO TAKMIČENJE IZ FIZIKE  
UČENIKA SREDNJIH ŠKOLA

JU Srednja medicinska škola Tuzla, Tuzla  
30.03.2023. godine

Oblast: OPTIKA, ATOMSKA I NUKLEARNA FIZIKA

- Konačni lik predmeta u tački  $O$  prikazanoj na slici se formira u tački  $I$  koja je 20 cm ispod tankog simetričnog bikonkavnog sočiva indeksa prelamanja  $3/2$ , koje je na daljini od 65 cm od ogledala. Iz postavke zadate na crtežu, izračunati poluprečnik zakrivljenosti bikonkavnog sočiva A.



- Kada svjetlost talasne dužine 589 nm upada okomito na optičku rešetku prvi red spektra opaža se 3,22 cm daleko od središnje nulte pruge, na zastoru udaljenom 60 cm od rešetke. Neki drugi izvor svjetlosti daje na istom uređaju prvi maksimum udaljen 3,71 cm od središnje nulte pruge.
  - Koliko zareza po centimetru dužine ima rešetka?
  - Kolika je talasna dužina svjetlosti koju emituje drugi izvor?
- Foton X-zračenja u sudaru sa slabo vezanim elektronom predaje 25 % svoje energije. Odrediti talasnu dužinu upadnog fotona ako se on rasije pod uglom od  $90^\circ$ , s obzirom na prvobitni smjer kretanja fotona. Komptonova talasna dužina iznosi 2,42 pm.

4. U krvotok osobe ubrizga se mala količina otopine koja sadrži radionuklid  $Tc^{99m}$  vremena poluraspada 6,01 h. Ako je aktivnost ubrizganog radionuklida 2000 Bq, dok aktivnost uzorka krvi zapremine  $1 \text{ cm}^3$  uzetog 5 h nakon ubrizgavanja radionuklida, iznosi 0,26 Bq, odrediti ukupnu zapreminu ljudskog krvotoka.

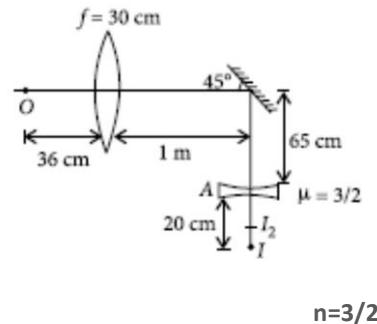
**Rješenje 1.:**

$$p = 36 \text{ cm}$$

$$f = 30 \text{ cm}$$

$$l_1 = 20 \text{ cm}$$

$$n = 3/2$$



$$n=3/2$$

$$R=?$$

podaci (3 boda)

Lik koji formira konveksno sočivo je na rastojanju:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{1}{f} \quad (3 \text{ boda})$$

$$\frac{1}{36 \text{ cm}} + \frac{1}{l} = \frac{1}{30 \text{ cm}} \Rightarrow l = 180 \text{ cm} \quad (2 \text{ boda})$$

Ovaj lik predstavlja virtualni predmet za ogledalo i nakon refleksije na ravnom ogledalu njegov lik će se formirati na istom rastojanju na kojem se nalazio predmeta u smjeru konkavnog sočiva, odnosno, 80 cm ispod optičke ose konkavnog sočiva ( $l_2$ ). (3 boda)

Za konkavno sočivo, ovaj lik predstavlja predmet koji se nalazi 15 cm ispod sočiva.

Konačan lik će formirati konkavno sočivo:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{l_1} = \frac{1}{f_1} \quad (3 \text{ boda})$$

$$-\frac{1}{15 \text{ cm}} + \frac{1}{20 \text{ cm}} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow \frac{1}{f_1} = -\frac{5}{300 \text{ cm}} \quad (3 \text{ boda})$$

Za ovo sočivo je poznat absolutni indeks prelamanja, pa takođe vrijedi:

$$\frac{1}{f_1} = (n - 1) \left( -\frac{1}{R} - \frac{1}{R} \right) \quad (3 \text{ boda})$$

$$-\frac{5}{300 \text{ cm}} = \left(\frac{3}{2} - 1\right) \left(-\frac{2}{R}\right) \quad (3 \text{ boda})$$

$$\Rightarrow R = \frac{300}{5} \text{ cm} = 60 \text{ cm} \quad (2 \text{ boda})$$

**Rješenje 2.:**

$$\lambda = 589 \text{ nm}$$

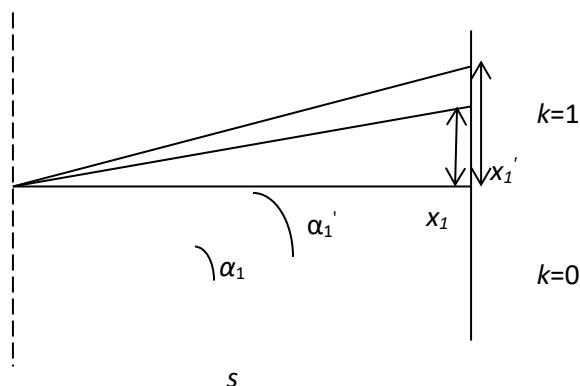
$$x_I = 3,22 \text{ cm}$$

$$x_I' = 3,71 \text{ cm}$$

$$s = 60 \text{ cm}$$

$$k=1$$


---



$$a) N = ?$$

podaci (3 boda)

$$b) \lambda' = ?$$

a) Položaji difrakcionih maksimuma određeni su relacijom:

$$d \cdot \sin \alpha = k\lambda \quad (3 \text{ boda})$$

Za maksimum prvog red talasne dužine  $\lambda$  vrijedi:

$$d \cdot \sin \alpha_1 = 1 \cdot \lambda \quad (3 \text{ boda})$$

Ugao  $\alpha_1$  se može naći iz pravouglog trougla koji formiraju pravac prvog maksimuma, udaljenost rešetke od zastora s i udaljenost prvog maksimuma od središnje nulte pruge  $x_I$ :

$$\tan \alpha_1 = \frac{x_1}{s} \Rightarrow \alpha_1 = \arctan \frac{x_1}{s} = 3,07^\circ \quad (3 \text{ boda})$$

Uvrštavanjem se dobija:

$$d = \frac{\lambda}{\sin \alpha_1} = 1,099 \cdot 10^{-5} \text{ m} \quad (3 \text{ boda})$$

Traženi broj zareza po centimetru dužine rešetke je:

$$N = \frac{1}{d} \approx 910 \frac{1}{cm} \quad (3 \text{ boda})$$

b) Ugao  $\alpha'_1$  se može naći iz pravouglog trougla koji formiraju udaljenost rešetke od zastora s i udaljenost prvog maksimuka od središnje nulte pruge  $x_1'$ , pa je nepoznata talasna dužina jednaka:

$$\tan \alpha'_1 = \frac{x'_1}{s} \Rightarrow \alpha'_1 = \arctan \frac{x'_1}{s} = 3,54^\circ \quad (2 \text{ boda})$$

$$\lambda' = \frac{d \cdot \sin \alpha'_1}{k} \quad (3 \text{ boda})$$

$$\lambda' = 678 \text{ nm} \quad (2 \text{ boda})$$

**Rješenje 3.:**

$$\theta = 90^\circ$$

$$E_{ke} = 25\% E_0 = \frac{1}{4} E_0$$

---

$$\lambda_0 = ?$$

podaci (2 boda)

Energiju koju foton preda u sudaru sa slabo vezanim elektronom, predstavlja energija elektrona:

$$E_{ke} = E_0 - E_1 \quad (3 \text{ boda})$$

$$\frac{1}{4}E_0 = E_0 - E_1$$

$$\frac{3}{4}E_0 = E_1$$

$$\frac{E_0}{E_1} = \frac{4}{3} \quad (3 \text{ boda})$$

$$\frac{\frac{hc}{\lambda_0}}{\frac{hc}{\lambda_1}} = \frac{4}{3} \quad (3 \text{ boda})$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{4}{3}$$

$$\lambda_1 = \frac{4}{3}\lambda_0 \quad (3 \text{ boda})$$

Iz relacije za promjenu talasne dužine dobiva se vrijednost početne talasne dužine fotona.

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_0 = \lambda_c(1 - \cos\theta) \quad (3 \text{ boda})$$

$$\frac{4}{3}\lambda_0 - \lambda_0 = \lambda_c(1 - \cos 90^\circ) \quad (3 \text{ boda})$$

$$\frac{\lambda_0}{3} = \lambda_c \quad (3 \text{ boda})$$

$$\lambda_0 = 3\lambda_c$$

$$\lambda_0 = 3 \cdot 2,42 \text{ pm} = 7,26 \text{ pm} \quad (2 \text{ boda})$$

**Rješenje 4.:**

$$T_{1/2} = 6,01 \text{ h}$$

$$A_0 = 2000 \text{ Bq}$$

$$V_1 = 1 \text{ cm}^3$$

$$t = 5 \text{ h}$$

$$A_1 = 0,26 \text{ Bq}$$

---

$$V = ?$$

podaci (2 boda)

Aktivnost uzorka u početnom trenutku je data izrazom:

$$A_0 = \lambda N_0 \quad (3 \text{ boda})$$

$$A_0 = N_0 \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad (3 \text{ boda})$$

Aktivnost u uzorku izvađenog nakon nekog vremena, gdje je  $\frac{V_1}{V}$  udio uzorka krvi u cijelom krvotoku:

$$A_1 = \frac{V_1}{V} N \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad (4 \text{ boda})$$

$$A_1 = \frac{V_1}{V} N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad (4 \text{ boda})$$

$$A_1 = \frac{V_1}{V} A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \quad (3 \text{ boda})$$

Tražena ukupna zapremina će biti:

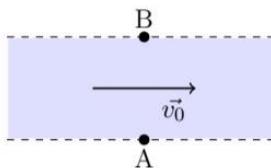
$$V = V_1 \frac{A_0}{A_1} e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \quad (3 \text{ boda})$$

$$V = 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 4,4 \text{ l} \quad (3 \text{ boda})$$

Kantonalno takmičenje iz fizike učenika srednjih škola Tuzlanskog kantona  
 Oblast: Mehanika i termodynamika  
 Tuzla, 30.03.2023.godine

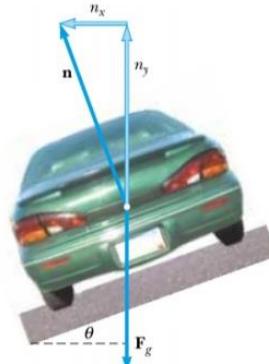
**Zadatak 1.** Artiljeri gađaju metu na poligonu i moraju je pogoditi iz tri pokušaja. U prvom pokušaju elevacija (nagib) cijevi topa je  $\theta_1 = 15.20^\circ$  prema horizontalnoj ravnini ali je hitac "prekratak", tj. granata pada  $\Delta R_1 = 130\text{ m}$  ispred mete. U drugom pokušaju elevacija cijevi topa je  $\theta_2 = 15.85^\circ$  ali ovoga puta je hitac "predugačak", tj. granata pada  $\Delta R_2 = 160\text{ m}$  iza mete. Na osnovu ovih podataka, zapovjednik određuje elevaciju cijevi topa i granata pogađa metu. Kolika je elevacija cijevi topa u trećem pokušaju? Poligon smatrati horizontalnom ravniom, a sva trenja zanemariti.

**Zadatak 2.** Dvije osobe žele doći od tačke A do tačke B koja je preko rijeke. Jedna osoba pliva preko rijeke tako da njena staza prati liniju AB, a druga pliva tako da je njen vektor brzine okomit na tok rijeke i onda pješači kako bi se vratila do tačke B. Kojom brzinom mora pješačiti druga osoba da bi u tačku B stigla u istom trenutku kad i prva osoba, ako je brzina toka rijeke  $v_0 = 1.5\text{ m/s}$ , a brzina osoba u odnosu na tok  $v = 2\text{ m/s}$ .

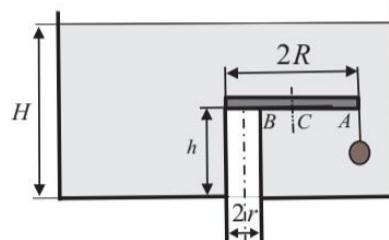


**Zadatak 3.** Automobil ulazi u krivinu radijusa zakrivljenosti  $R$ , koja je nagnuta pod uglom  $\theta$  u odnosu na horizontalnu podlogu (vidjeti sliku). Koeficijent statičkog trenja je  $\mu_s$ .

- Odrediti raspon brzina kojima se automobil može kretati da ne dođe do proklizavanja ( $v_{min}, v_{max}$ ).
- Naći minimalnu vrijednost koeficijenta trenja  $\mu_s$  ako automobil miruje.
- Izračunati opseg brzina kojima se automobil može kretati ( $v_{min}, v_{max}$ ), ako je  $R = 100\text{m}$ ,  $\theta = 10^\circ$  i  $\mu_s = 0.1$ .



**Zadatak 4.** Iz posude, napunjene vodom do visine  $H$ , izlazi cijev visine  $h$  kao na slici. Cijev je pokrivena kružnom pločicom mase  $m$  i zanemarive debljine. Pri ovim uvjetima voda ne ulazi u cijev. U tački A se na tankom koncu objesi željezna kuglica. Odrediti poluprečnik kuglice tako da se pločica pomjeri i voda počne ulaziti u cijev. Numerička izračunavanja napraviti sa sljedećim podacima:  $R = 5\text{cm}$ ,  $r = 2\text{cm}$ ,  $H = 20\text{cm}$ ,  $h = 5\text{cm}$ ,  $m = 10\text{g}$ ,  $\rho_{Fe} = 8000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ,  $\rho_V = 1000\text{kgm}^{-3}$ ,  $g = 9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$



**Zadatak 5.** Metak mase 10 g, koji se kreće horizontalno, udari u metu mase 4 kg i ostane u meti. Meta visi na niti dužine 1 metar i nit se otkloni za ugao  $15^\circ$ . Kolika je bila brzina metka?

Kantonalno takmičenje iz fizike učenika srednjih škola  
Tuzlanskog kantona  
Oblast: Mehanika i termodinamika  
Tuzla, 30.03.2023.godine

**Zadatak 1.**

Artiljeri gađaju metu na poligonu i moraju je pogoditi iz tri pokušaja. U prvom pokušaju elevacija (nagib) cijevi topa je  $\theta_1 = 15.20^\circ$  prema horizontalnoj ravnini ali je hitac "prekratak", tj. granata pada  $\Delta R_1 = 130m$  ispred mete. U drugom pokušaju elevacija cijevi topa je  $\theta_2 = 15.85^\circ$  ali ovoga puta je hitac "predugačak", tj. granata pada  $\Delta R_2 = 160m$  iza mete. Na osnovu ovih podataka, zapovjednik određuje elevaciju cijevi topa i granata pogađa metu. Kolika je elevacija cijevi topa u trećem pokušaju? Poligon smatrati horizontalnom ravnninom, a sva trenja zanemariti.

**RJEŠENJE:**

Polazimo od jednačine za kosi hitac:

$$\begin{aligned}x &= v_{0x}t = v_0 \cos \theta \cdot t \\y &= v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} = v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{gt^2}{2}\end{aligned}$$

Domet kosog hitca dobije se iz uslova:

$$\begin{aligned}y &= 0 \implies x = R \\ \left( v_0 \sin \theta - \frac{gt}{2} \right) t &= 0 \Rightarrow t = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}\end{aligned}$$

Uvrštavanjem u izraz za  $x$  dobije se domet kosog hica:

$$R = \frac{2v_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta$$

Neka je  $R_0$  udaljenost mete od oruđa. U prvom hicu imamo:

$$\Delta R_1 = R_0 - R_1 = R_0 - \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha_1 = \frac{v_0^2}{g} (\sin 2\alpha_0 - \sin 2\alpha_1)$$

U drugom hicu, na analogan način:

$$\Delta R_2 = R_1 - R_0 = \frac{v_0^2}{g} (\sin 2\alpha_2 - \sin 2\alpha_0)$$

Rješavanjem ove dvije jednačine imamo:

$$\frac{\Delta R_1}{\Delta R_2} = \frac{\sin 2\alpha_0 - \sin 2\alpha_1}{\sin 2\alpha_2 - \sin 2\alpha_0}$$

Rješavajući ovu jednačinu po  $\sin 2\alpha_0$  imamo:

$$\Delta R_1 \sin 2\alpha_2 - \Delta R_1 \sin 2\alpha_0 = \Delta R_2 \sin 2\alpha_0 - \Delta R_2 \sin 2\alpha_1$$

$$\sin 2\alpha_0 = \frac{\Delta R_1 \sin 2\alpha_2 + \Delta R_2 \sin 2\alpha_1}{\Delta R_1 + \Delta R_2}$$

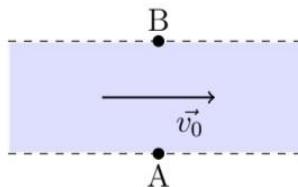
U konkretnom slučaju:

$$\theta_1 = 15.20^\circ, \Delta R_1 = 130m, \quad \theta_2 = 15.85^\circ, \Delta R_2 = 160m$$

$$\sin 2\alpha_0 = 0.515 \implies \alpha_0 = 15.40^\circ$$

### Zadatak 2.

Dvije osobe žele doći od tačke A do tačke B koja je preko rijeke. Jedna osoba pliva preko rijeke tako da njena staza prati liniju AB, a druga pliva tako da je njen vektor brzine okomit na tok rijeke i onda pješači kako bi se vratila do tačke B. Kojom brzinom mora pješačiti druga osoba da bi u tačku B stigla u istom trenutku kad i prva osoba, ako je brzina toka rijeke  $v_0 = 1.5 \text{ m/s}$ , a brzina osoba u odnosu na tok  $v = 2 \text{ m/s}$ .

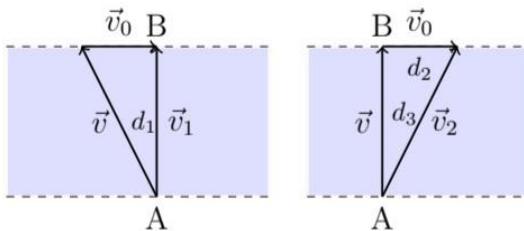


### RJEŠENJE:

Dijagrami brzina za obje osobe dani su na slici. Ako se sa  $v_1$  i  $v_2$  označe brzine osoba i sa  $d_1$  i  $d_2$  udaljenosti koje prva osoba prešla (preplivala) i druga tek mora proći (prepješaći), tada vrijedi:

$$v_1 = \sqrt{v^2 - v_0^2}, \quad v_2 = \sqrt{v^2 + v_0^2}$$

$$t_1 = \frac{d_1}{\sqrt{v^2 - v_0^2}}, \quad t_2 = \frac{\sqrt{d_1^2 + d_2^2}}{\sqrt{v^2 + v_0^2}}$$



Prema uslovima zadatka, razlika dobivenih vremena mora biti jednaka potrebnom vremenu da druga osoba dopješači do tačke B. U tom slučaju će obje osobe tamo stići istovremeno. Ako brzinu pješačenja označimo sa  $u$ , tada će biti:

$$\frac{d_2}{u} = \frac{s_1}{v_1} - \frac{s_2}{v_2} = \frac{d_1}{\sqrt{v^2 - v_0^2}} - \frac{\sqrt{d_1^2 + d_2^2}}{\sqrt{v^2 + v_0^2}}.$$

Dijeljenjem posljednje jednačine sa  $d_2$  dobije se:

$$\frac{1}{u} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right) \frac{1}{\sqrt{v^2 - v_0^2}} - \frac{\sqrt{1 + (d_1/d_2)^2}}{\sqrt{v^2 + v_0^2}}$$

Sa dijagrama se može primjetiti da je:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{v}{v_0}$$

pa možemo pisati da je:

$$\frac{1}{u} = \frac{v}{v_0} \frac{1}{\sqrt{v^2 - v_0^2}} - \frac{1}{v_0} \sqrt{\frac{v^2 + v_0^2}{v^2 - v_0^2}}.$$

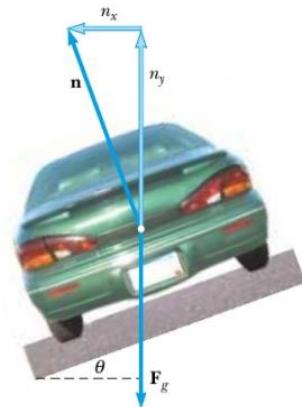
Skraćivanjem i sređivanjem dobije se da je:

$$u = \frac{v_0}{\frac{1}{\sqrt{1-(v_0/v)^2}} - 1} = 2.93 \text{ m/s.}$$

### Zadatak 3.

Automobil ulazi u krivinu radijusa zakrivljenosti  $R$ , koja je nagnuta pod uglom  $\theta$  u odnosu na horizontalnu podlogu (vidjeti sliku). Koeficijent statičkog trenja je  $\mu_s$ .

- Odrediti raspon brzina kojima se automobil može kretati da ne dođe do proklizavanja ( $v_{min}, v_{max}$ ).
- Naći minimalnu vrijednost koeficijenta trenja  $\mu_s$  ako automobil miruje.
- Izračunati opseg brzina kojima se automobil može kretati ( $v_{min}, v_{max}$ ), ako je  $R = 100m$ ,  $\theta = 10^\circ$  i  $\mu_s = 0.1$ .



**RJEŠENJE:**

- a) Napisat čemo sumu svih sila duž  $x$  i  $y$  ose. Ako automobil sklizne niz dati nagib, sila  $f$  je usmjerena uz nagib pa je ukupna sila duž  $y$ -ose

$$\sum F_y = n \cos \theta + f \sin \theta - mg = 0, \quad (1)$$

gdje je  $f = \mu_s n$ . (2)

Zamjenom jednačine (2) u (1) dobija se izraz za normalnu silu

$$n = \frac{mg}{\cos \theta (1 + \mu_s \tan \theta)}, \quad (3)$$

odakle je sila  $f$  data izazom

$$f = \frac{\mu_s mg}{\cos \theta (1 + \mu_s \tan \theta)}$$

Suma svih sila duž  $x$  ose je

$$\sum F_x = n \sin \theta - f \cos \theta = m \frac{v_{min}^2}{R},$$

odakle je

$$v_{min} = \sqrt{\frac{gR(\tan \theta - \mu_s)}{1 + \mu_s \tan \theta}} \quad (4)$$

U drugom slučaju, ako automobil sklizne uz dati nagib, sila  $f$  je usmjerena niz nagib pa je ukupna sila duž  $y$ -ose  $\sum F_y = n \cos \theta - f \sin \theta - mg = 0$  odakle se dobije

$$n = \frac{mg}{\cos \theta (1 - \mu_s \tan \theta)}, \quad (5)$$

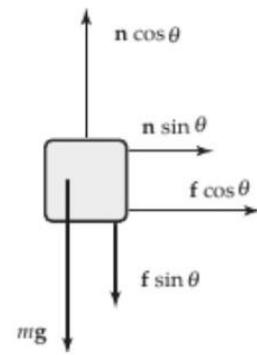
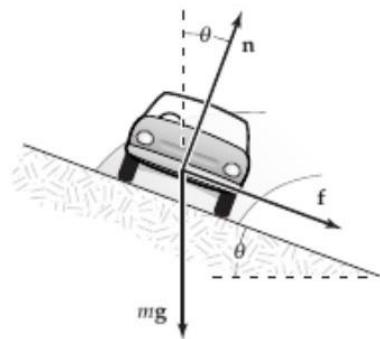
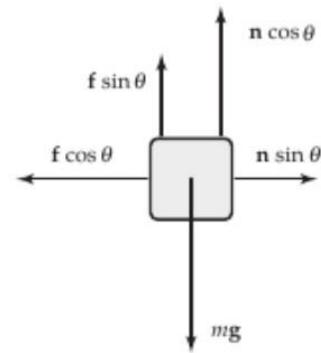
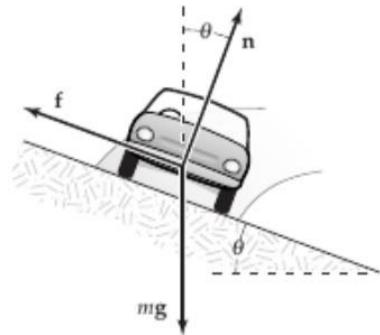
odakle je sila  $f$  data izazom

$$f = \frac{\mu_s mg}{\cos \theta (1 - \mu_s \tan \theta)}.$$

U ovom slučaju je

$$\sum F_x = n \sin \theta + f \cos \theta = m \frac{mv_{max}^2}{R} \text{ što daje}$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{gR(\tan \theta + \mu_s)}{1 - \mu_s \tan \theta}} \quad (6)$$



b) Ako je

$$v_{min} = \sqrt{\frac{gR(\tan \theta - \mu_s)}{1 + \mu_s \tan \theta}} = 0,$$

dobije se

$$\mu_s = \tan \theta.$$

c) Zamjenom datih brojnih vrijednosti u izraze za minimalnu (relacija(4)) maksimalnu (relacija (6)) brzinu dobije se

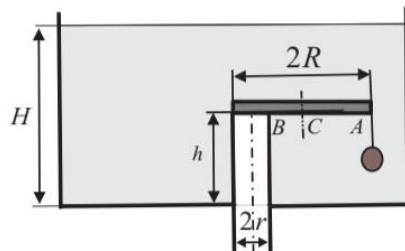
$$v_{min} = 8.57 \frac{m}{s}$$

i

$$v_{max} = 16.6 \frac{m}{s}.$$

#### Zadatak 4.

Iz posude, napunjene vodom do visine  $H$ , izlazi cijev visine  $h$  kao na slici. Cijev je pokrivena kružnom pločicom mase  $m$  i zanemarive debljine. Pri ovim uvjetima voda ne ulazi u cijev. U tački  $A$  se na tankom koncu objesi željezna kuglica. Odrediti poluprečnik kuglice tako da se pločica pomjeri i voda počne ulaziti u cijev. Numerička izračunavanja napraviti sa sljedećim podacima:  $R = 5\text{cm}$ ,  $r = 2\text{cm}$ ,  $H = 20\text{cm}$ ,  $h = 5\text{cm}$ ,  $m = 10\text{g}$ ,  $\rho_{Fe} = 8000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ,  $\rho_V = 1000 \text{kgm}^{-3}$ ,  $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$



#### RJEŠENJE:

Na pločicu djeluje sila pritiska vode sa napadnom tačkom u centru cijevi na udaljenosti  $r$  od tačke  $B$ .  $F_p = \rho_V g(H - h)r^2\pi$ . Sila potiska na preostale dijelove pločice jednaka je nuli. U tački  $C$  je centar mase pločice i tu djeluje

sila težine pločice  $mg$ . U tački  $A$  djeluje rezultirajuća sila između težine kuglice i sile potiska. (prividna težina):

$$F_r = gV(\rho_{Fe} - \rho_V) = \frac{4r_k^3\pi}{3}g(\rho_{Fe} - \rho_V)$$

Odgovarajući momenti sila u odnosu na tačku  $B$  po iznosu i predznaku su:

Moment sile pritiska vode na pločicu  $M_p = \rho_V g(H-h)r^2\pi r$

Moment sile težine pločice  $M_g = -mg(R-2r)$

Moment sile prividne težine pločice  $M_{pg} = -\frac{4r_k^3\pi}{3}g(\rho_{Fe} - \rho_V)(2R-2r)$ .

Da bi došlo do zakretanja pločice pa i isticanja tekućine kroz cijev, mora biti:

$$M_p + M_g + M_{pg} < 0 \quad (\text{rotacija u smjeru kazaljke na satu})$$

$$M_p < -M_g - M_{pg}$$

$$\rho_V g(H-h)r^3\pi < mg(R-2r) + \frac{4r_k^3\pi}{3}g(\rho_{Fe} - \rho_V)(2R-2r)$$

$$\rho_V(H-h)r^3\pi - m(R-2r) < \frac{8r_k^3\pi}{3}(\rho_{Fe} - \rho_V)(R-r)$$

$$\frac{3[\rho_V(H-h)r^3\pi - m(R-2r)]}{8\pi(\rho_{Fe} - \rho_V)(R-r)} < r_k^3$$

$$r_k > \left\{ \frac{3[\rho_V(H-h)r^3\pi - m(R-2r)]}{8\pi(\rho_{Fe} - \rho_V)(R-r)} \right\}^{\frac{1}{3}}$$

$$r_k > 5.93mm$$

### Zadatak 5.

Metak mase 10 g, koji se kreće horizontalno, udari u metu mase 4 kg i ostane u meti. Meta visi na niti dužine 1 metar i nit se otkloni za ugao  $15^\circ$ . Kolika je bila brzina metka?

### RJEŠENJE:

Koristeći zakon očuvanja impulsa možemo napisati vezu između brzine metka  $v$  prije udara u metu i brzinu metka i mete (bloka) zajedno, nakon sudara  $v'$ :

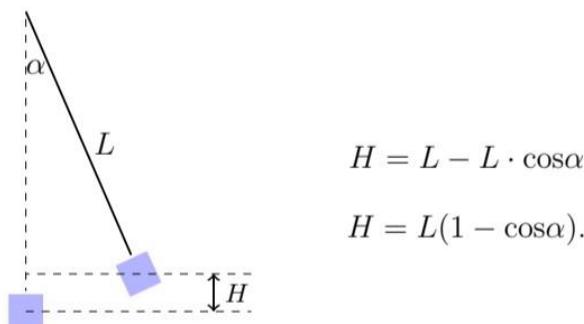
$$m \cdot v + M \cdot 0 = (m + M) \cdot v'$$

$$v = \frac{m+M}{m} \cdot v' \quad (7)$$

Pomoću zakona očuvanja energije moguće je odrediti brzinu  $v'$ . Kinetička energija sistema metak-blok neposredno nakon sudara jednaka je potencijalnoj energiji u tački maksimalnog otklona niti.

$$\frac{1}{2}(m+M)v'^2 = (m+M)gL$$

gdje je  $H$  visina koju možemo odrediti sa slike:



$$\frac{1}{2}(m+M)v'^2 = (m+M)gL(1 - \cos\alpha)$$

$$v'^2 = 2gL(1 - \cos\alpha)$$

Uvrštavanjem u (7) dobijamo izraz za brzinu metka:

$$v = \frac{m+M}{m} \cdot \sqrt{2gL(1 - \cos\alpha)} = 327.9 \text{ m/s.}$$