



MINISTARSTVO OBRAZOVANJA I NAUKE TUZLANSKOG KANTONA
PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA

XXVI
KANTONALNO TAKMIČENJE
UČENIKA SREDNJIH ŠKOLA
IZ FIZIKE



BEHRAM-BEGOVA MEDRESA U TUZLI
31. MART 2022. GODINE

Uvodna riječ



Pomoćnik direktora Fuad Imširović

Poštovani profesori, dragi učenici.

Dobrodošli u Behram-begovu medresu na 26. kantonalno takmičenje učenika srednjih škola iz fizike.

Čast mi je da vas u ime Medrese srdačno pozdravim i poselamim.

Profesorima fizike te njihovim učenicima su ovakva takmičenja kruna višemjesečnog, a često i dugogodišnjeg rada s pojedinim učenicima. Nakon zaista intenzivnih priprema, sati i sati rada, došlo je vrijeme da se pokažu učeničke sposobnosti i znanje, ali i trud i rad njihovih mentorova. Zato nam je posebno drago da je nakon pauze uslovljene pandemijom, došlo do realizacije ovog takmičenja, a dodatno nam je drago što smo mi u Behram-begovoj medresi domaćini, kao što je to bilo planirano 2020. godine, kada su sva takmičenja, kao što znate, odgođena.

Danas intelektualne snage u fizici odmjerava oko 90 učenika iz 22 srednje škole našeg kantona. Pored oficijelnog, takmičarskog dijela, ovakve susrete je uvijek lijepo iskoristiti za razmjenu iskustava, ideja, sklapanja novih prijateljstava. Nadamo se da će ovo takmičenje ujeditiniti sve ove ciljeve, i postizanje odličnih pojedinačnih rezultata, ali i upoznavanje i sticanje novih prijateljstava i mogućnosti.

Želim vam uspješan rad s nadom da ostvarite svoje najbolje moguće rezultate.

Svako dobro i sa srećom.

Historijat Behram-begove medrese

Behram-begova medresa u Tuzli je najstarija obrazovna institucija u sjeveroistočnoj Bosni i među najstarijim je medresama našega podneblja. Relevantni historijski izvori navode da je počela s radom prije 1626. godine. Zgrada Medrese u 19. stoljeću je sagrađena u arapsko-maurskom stilu, a tokom svoje povijesti je više puta restaurirana i dograđivana.



Prijelomni događaj u radu Medrese je dolazak hafiza Salih-ef. Sivčevića na mjesto upravitelja 1922. godine. On je uveo reforme koje su imale za cilj da poboljšaju njen rad, a najznačajnije su:

- uvodi se razredna nastava, prvo dva razreda 1923., a kasnije pet razreda;
- školske 1923/24 obnavlja zgradu Medrese i u nju smješta i internat za učenike;
- osniva kuhinju za učenike, u spavaonice unosi krevete, a u učionice klupe;
- u nastavni program uvodi svjetovne predmete;
- uvodi internatske propise i pravila;
- od 1923. godine uvodi prijemni ispit iz kiraeta i uslovljava upis završenom osnovnom školom;
- 1924. godine formira savremenu biblioteku.

Ovaj način rada u Medresi primjenjivao se sve do prekida njenog rada 15. januara 1949. godine. Nastavni plan i program se stalno usavršavao što je znatno uvećalo i zainteresiranost učenika za pohađanje Medrese.

Pred Drugi svjetski rat Medresa je imala ukupno dvadeset prostorija u kojima se moglo smjestiti 120 učenika.

U nastavi je korišteno preko 100 udžbenika, a izučavalo se 25 nastavnih predmeta. Medresa je radila i tokom rata, ali u veoma teškim uslovima.

Školske 1948/49. godine učenici su nakon povratka sa zimskog odmora, 15. januara, obaviješteni da se rad Medrese obustavlja do dalnjeg. Medresu je tada pohađalo oko 100 učenika. Od tog broja

24 učenika nastavili su školovanje u Mektebi-nuvabu (Šerijatska sudačka škola) u Sarajevu i neki su postali i kadije. Zgrada Medrese je srušena 1974. godine. Od cijelog objekta ostala je samo porta (kapija) koja je restaurirana prvi put 1975. godine, a potom i 1990. i 1997. godine.

Značajno svjedočanstvo o kvalitetu obrazovanja je navod hadži Mehmed-ef. Handžića da su svršenici ove Medrese bili veoma dobri poznavaoci arapskog jezika.

Tokom 323 godine rada Medrese (1626.-1949.) u ovoj najstarijoj obrazovnoj instituciji sjeveroistočne Bosne predavači su bili najznačajniji alimi i profesori ovoga kraja:

- h. Muhamed Hakki ef. Čokić (tuzlanski muftija),
- h. hfz. Šahbaz ef. Husić,
- hfz. Salih ef. Sivčević (upravitelj),
- hfz. Hasan ef. Smajlović (upravitelj),
- Ševket ef. Šabić (muderris i pomoćnik upravitelja),
- Ibrahim ef. Čokić,
- hfz. Muhamed ef. Husić,
- kurra-hafiz Ahmed ef. Redžebašić,
- Adem ef. Ažderić,
- dr. Ismet Smajlović,
- Mehmed Meša Selimović,
- Ibrahim Imširević (kadija),
- Husejn Dubravić i
- Omer Džudža.

Nakon 44 godine prekida, rad Medrese je reaktiviran 1993. godine. Prijemni ispiti su održani 28. augusta, a nastava je počela 6. oktobra iste godine. Nastavu je počelo pohađati 77 učenika i 40 učenica, a organizirana je iznajmljenim prostorijama.

Godine 1994. Medresa se preselila u restauriranu zgradu čiji su prostori prilagođeni njenim potrebama. Kompleks Behram-begove medrese u Tuzli danas se sastoji od školskih, internatskih zgrada i vakufskog objekta i novoizgrađene džamije.

Od 1993. godine u Behram-begovoj medresi neprestano se ulažu naporci za poboljšanje kako prostornih tako i organizacijskih uvjeta za ostvarenje što kvalitetnijih odgojno-obrazovnih rezultata.

Medresa danas

Danas je Behram-begova medresa smještena u naselju Paša bunar na zapadnoj strani Tuzle.

Njen kompleks čine džamija, kao središnja komponenta, zatim muški i ženski učenički dom, zgrada biblioteke, zgrada administracije, brojne učionice i kabineti, moderna fiskulturna sala sa otvorenim sportskim terenima, te vakufske poslovne objekte.

Ovi objekti zauzimaju oko deset hiljada metara kvadratnih zatvorenih prostora, a na medresinu dvorišta i druge otvorene prostore spada još oko petnaest hiljada metara kvadratnih.



Nastavni plan i program Behram-begove medre se je podijeljen na nekoliko područja i to: islamsko, prirodno-matematičko, jezičko, društveno i multidisciplinarno područje, te izbornu nastavu.

S posebnim ponosom ističemo činjenicu da se od školske 2021/2022. godine u Behram-begovoj medresi sve prirodne nauke izučavaju u sva četiri razreda, čime se nastavni plan medrese u pogledu izučavanja prirodnih nauka i formalno izjednačio s nastavnim planom opće gimnazije.

Školovanje u Behram-begovoj medresi je četvorogodišnje. S diplomom ove škole danas se mogu upisati univerziteti bilo gdje u domovini i inozemstvu. Mnogi bivši učenici Medres studiraju širom svijeta, u Sjedinjenim Američkim Državama, Maleziji, Njemačkoj, Egiptu, Austriji, Kataru i drugdje.

Trenutno Behram-begovu medresu u Tuzli pohađa 510 učenika i učenica podijeljenih u 16 odjeljenja.

XXVI Kantonalno takmičenje učenika srednjih škola iz Fizike

Učenici delegirani za takmičenje

MEHANIKA i TERMODINAMIKA	
Prezime i ime takmičara	Profesor mentor
1. JU Behram-begova medresa Tuzla	
1. Baturić Lejla	
2. Jašić Husein	Ćorović Dino
3. Numanović Muhamed	
4. Sarajlić Selver	
2. JU Gimnazija "Dr. Mustafa Kamarić" Gračanica	
1. Sarajlić Emina	
2. Topčagić Irma	Baraković Ervin
3. Zildžić Laila	
3. JU Gimnazija "Ismet Mujezinović" Tuzla	
1. Hadžimehmedović Amila	Kavazović Indira
2. Alihodžić Mirza	
4. JU Gimnazija "Meša Selimović" Tuzla	
1. Avdibašić Alema	
2. Bulić Amina	Pihljak Azra
3. Razić Sara	
5. JU Gimnazija "Mustafa Novalić" Gradačac	
1. Hamzić Ismar	Borogovac Alema
2. Imširović Amir	Zukić Jasmina
3. Mujkanović Tarika	

6. JU MS Elektrotehnička škola Tuzla

1. Alić Tarik	
2. Mujanović Irna	Subašić Amela
3. Softić Din	

7. JU MSŠ "Doboj Istok" Briješnica Velika

1. Banjić Adna	
2. Humić Lamija	Šišić Adnan
3. Škrebo Semina	

8. JU MSŠ Banovići

1. Kurtić Amila	Musić Mersad
2. Salihović Zinajda	Šehović Senka

9. JU Srednja hemijska škola Tuzla

1. Imamović Amila	Salkić Senada
-------------------	---------------

10. Richmond Park Internacional Secondary School Tuzla

1. Dinarević Faris	
2. Šehanović Adnan	Čoloman Belmina
3. Šipraga Mak	

11. JU MSŠ Gračanica

1. Hodžić Alejna	Čamđžić Mirzeta
------------------	-----------------

12. JU MS Mašinska škola Tuzla

1. Teskeredžić Džemail	Paočić Sabira
------------------------	---------------

13. JU MSŠ "Hasan Kikić" Gradačac

1. Omić Dženana	
2. Zahirović Admir	Mulalić Ajsela

14. JU Srednja medicinska škola Tuzla

- | | |
|-------------------------|------------|
| 1. Bećirović Dženana | |
| 2. Jusufović Emina | |
| 3. Mujanović Lamija | Hasić Edin |
| 4. Mujkić Asja | |
| 5. Wisaam Ibrahim Zayed | |

15. JU Elektro-mašinska škola Lukavac

- | | |
|--------------------|--------------|
| 1. Alibegović Adin | Brkić Marina |
|--------------------|--------------|

16. JU MSŠ Srebrenik

- | | |
|---------------------|----------------|
| 1. Salihbašić Mahir | Jagodić Muamer |
|---------------------|----------------|

ELEKTROMAGNETIZAM, OSCILACIJE I TALASI

Prezime i ime takmičara	Profesor mentor
1. JU Behram-begova medresa Tuzla	
1. Baturić Ajla	Ćorović Dino
2. JU Gimnazija "Dr. Mustafa Kamarić" Gračanica	
1. Mujić Benjamin	Baraković Ervin
3. JU Gimnazija "Meša Selimović" Tuzla	
1. Hadžić Hamza	
2. Imamović Amna	Ivanović Danijel
3. Rakovac Kanita	
4. Šušić Vedran	Pihljak Azra
5. Zolotić Asja	
4. JU MSŠ Lukavac	
1. Halilović Enis	Ahmetspahić Meliha
5. JU Gimnazija Živinice	
1. Selimović Bakir	Maksuda Muratović Smolo
2. Zejćirović Dževad	
6. JU MS Elektrotehnička škola Tuzla	
1. Halilović Emir	
2. Karić Vedad	Okanović Alma
3. Nikolić Lukas	
7. JU MSŠ "Doboj Istok" Brijesnica Velika	
1. Alibašić Lejla	
2. Salkić Adelisa	Šišić Adnan
3. Šehić Salih	

8. JU MSŠ Teočak

1. Mulaosmanović Beriz	Muminović Besim
------------------------	-----------------

9. JU Srednja medicinska škola Tuzla

1. Buljubašić Amar	
2. Pašalić Alma	Selić Muamer
3. Šabanović Faris	

10. JU MSŠ Kalesija

1. Alibašić Anela	Mujanović Aida
2. Barčić Belmina	

11. JU MSŠ Čelić

1. Ahmetović Amila	Čajić Monika
2. Omerčević Bakir	

12. JU MSŠ Gračanica

1. Bajrić Emina	Kamenjašević Benis
2. Brkičević Ševal	

13. Richmond Park International Secondary School Tuzla

1. Dedić Sulejman	
2. Imširović Mevlja	Čoloman Belmina
3. Jahić Sumejja	

14. JU MSŠ Banovići

1. Mehić Haris	Musić Mersad
2. Mujić Ensar	Šehović Senka

15. JU Gimnazija "Mustafa Novalić" Gradačac

1. Bilajac Eldar	Borogovac Alema
2. Omić Nedim	Zukić Jasmina
3. Turbić Ammar	

16. JU MSŠ Srebrenik

1. Isaković Amna	Jagodić Muamer
------------------	----------------

OPTIKA i ATOMSKA FIZIKA

Prezime i ime takmičara	Profesor mentor
1. JU Gimnazija "Meša Selimović" Tuzla	
1. Avdibašić Elnur	.Pihljak Azra
2. JU Gimnazija "Mustafa Novalić" Gradačac	
1. Alić Belma	Borogovac Alema
2. Bristrić Amila	Zukić Jasmina
3. Bristrić Emina	
3. JU Gimnazija Živinice	
1. Čerkezović Tarik	Glibanović Mevlida
2. Zoletić Esmir	
4. JU MSŠ Živinice	
1. Imamović Azra	Halilčević Mersiha
5. Richmond Park Internacional Secondary School Tuzla	
1. Ibrahimović Džan	Čoloman Belmina
2. Sarajlić Nejira	
3. Selimović Vedran	
6. JU MSŠ Gračanica	
1. Čajić Mirsad	Besima Kadrić Bajrić
7. JU MSŠ "Doboj Istok" Brijesnica Velika	
1. Avdaković Ajna	Šišić Adnan
2. Hadžić Amina	
3. Mujkić Nejra	
8. JU MSŠ Srebrenik	
1. Mustafić Ema	Jagodić Muamer
2. Suljić Mahir	

Zadaci i rješenja

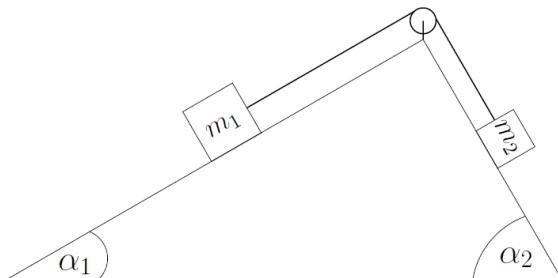
**Kantonalno takmičenje iz fizike učenika srednjih škola
31.03.2022. Behram-begova Medresa Tuzla
Oblast: Mehanika i termodinamika**

ZADACI sa rješenjima

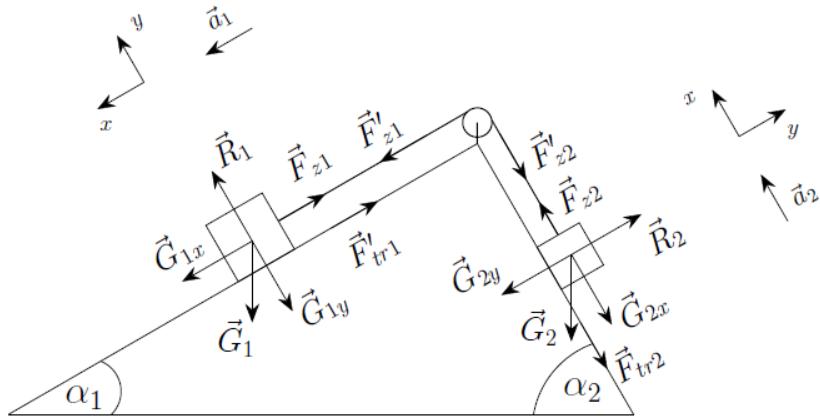
1. Zadatak

Na strmim ravnima koje sa horizontalom podlogom zaklapaju uglove $\alpha_1 = \frac{\pi}{6}$ i $\alpha_2 = \frac{\pi}{3}$ nalaze se tijela masa $m_1 = 8 \text{ kg}$ i $m_2 = 2 \text{ kg}$ (pogledati sliku!). Tijela su vezana laganim, idealno savitljivim i neistegljivim koncem koji je prebačen preko kotura. Koeficijenti trenja između podloge i tijela su $\mu_1 = 0.1$ i $\mu_2 = 0.2$, respektivno (trenje u koturu zanemariti).

- (a) Koliku brzinu imaju tijela poslije 2 s od trenutka prepuštanja sistema samom sebi?
- (b) Kolika je sila zatezanja konca?
- (c) Odredi vektor sile koju trpi osovina kotura!



Rješenje:



Za prvo tijelo:

$$\vec{G}_1 + \vec{R}_1 + \vec{F}_{z1} + \vec{F}_{tr1} = m_1 \vec{a}_1$$

$$x : G_{1x} - F_{z1} - F_{tr1} = m_1 a$$

$$y : -G_{1y} + R_1 = 0 \Rightarrow R_1 = G_{1y} = m_1 g \cos \alpha_1$$

Za drugo tijelo:

$$\vec{G}_2 + \vec{R}_2 + \vec{F}_{z2} + \vec{F}_{tr2} = m_2 \vec{a}_2$$

$$x : -G_{2x} + F_{z2} - F_{tr2} = m_2 a$$

$$y : -G_{2y} + R_2 = 0 \Rightarrow R_2 = G_{2y} = m_2 g \cos \alpha_2$$

Sile trenja:

$$F_{tr1} = \mu_1 R_1 \quad F_{tr2} = \mu_2 R_2$$

Jednačine u pravcu x-ose glase:

$$m_1 g \sin \alpha_1 - F_{z1} - \mu_1 m_1 g \cos \alpha_1 = m_1 a$$

$$-m_2 g \sin \alpha_2 + F_{z2} - \mu_2 m_2 g \cos \alpha_2 = m_2 a$$

$$F_{z1} = F_{z2} = F_z$$

Za ubrzanje se dobija:

$$a = \frac{m_1 \sin \alpha_1 - m_2 \sin \alpha_2 - (\mu_1 m_1 \cos \alpha_1 + \mu_2 m_2 \cos \alpha_2)}{m_1 + m_2} g$$

$$a = 1.35 \frac{m}{s^2}$$

(a)

$$v = at = 2.70 \frac{m}{s}$$

(b)

$$F_z = m_1 [g(\sin \alpha_1 - \mu_1 \cos \alpha_1) - a] = 21.65 N$$

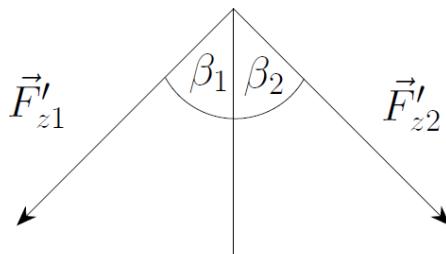
(c)

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \beta = \pi \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\vec{F}_{rez} = \vec{F}'_{z1} + \vec{F}'_{z2}$$

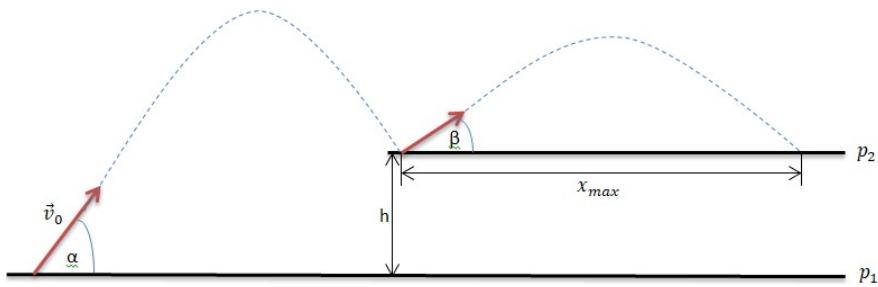
$$F'_{z1} = F'_{z2} = F_z$$

$$F_{rez} = \sqrt{F_z^2 + F_z^2} = \sqrt{2F_z^2} = 30.62 N$$



2. Zadatak

Tijelo je izbačeno sa horizontalne površine p_1 početnom brzinom $v_0 = \sqrt{4gh}$, tako da padne na horizontalnu površinu p_2 , koja je na visini h iznad površine p_1 . Pod kojim elevacionim uglom α je potrebno izbaciti tijelo, tako da ono poslije udara od površine p_2 odbije tako da ima maksimalan domet u horizontalnom pravcu (vidi sliku)? Otpor zraka zanemariti.



Rješenje:

$$x_{max} = \frac{v_y^2 \sin 2\beta}{g}$$

Domet tijela na površini p_2 je maksimalan, samo ako sinus ugla 2β ima maksimalnu vrijednost, to jeste 1.

$$\sin 2\beta = 1$$

$$\beta = 45^\circ$$

Na tijelo u horizontalnom pravcu ne djeluje nikakva sila, tako da je brzina u smjeru x-ose konstantna i iznosi:

$$v_x = v_0 \cos \alpha$$

Tijelo se elastično sudara sa površinom p_2 , koja ostaje u stanju mirovanja, tako da se intenzitet brzine tijela ne mijenja, nego samo smijer. Odnosno, brzina kojom tijelo udara u površinu p_2 jednaka je početnoj brzini tijela kod kosog hica pod uglom β .

Brzina tijela, tokom kretanja, se mijenja u pravcu y-ose, prema relaciji:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2gh$$

$$v_y^2 = v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gh$$

$$v_y = \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gh}$$

Razlaganjem brzina tijela na kordinatne ose, vidimo da je :

$$\tan \beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{\sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gh}}{v_0 \cos \alpha}$$

$$\tan \beta = \tan 45^\circ = 1$$

$$1 = \frac{\sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gh}}{v_0 \cos \alpha}$$

$$\sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gh} = v_0 \cos \alpha \quad /^2$$

$$v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gh = v_0^2 \cos^2 \alpha$$

$$(v_0^2 = 4gh)$$

$$4gh \sin^2 \alpha - 2gh = 4gh \cos^2 \alpha \quad / : 2gh$$

$$2 \sin^2 \alpha - 1 = 2 \cos^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}$$

Zamjenom $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$, tada je

$$1 - 2 \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = \arccos \frac{1}{2} = 60^\circ$$

3. Zadatak

Drvena greda dužine $L = 2 \text{ m}$ i površine poprečnog presjeka $S = 31,5 \text{ cm}^2$ obješena je za jedan svoj kraj tako da može oscilovati u vertikalnoj ravni. Dok je greda u položaju stabilne ravnoteže u nju udari metak mase $m = 12 \text{ g}$, koji leti u horizontalnom pravcu brzinom $v_0 = 500 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Gustina drveta je $\rho = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

- Za koji ugao će se otkloniti greda, ako metak udari u sredinu grede i u njoj se zadrži?
- Koliki je ugao otklona kada metak udari u slobodni kraj grede i ostane u njemu?
- Koliko puta i zašto je ugao pod b) veći nego pod a) ?

Rješenje:

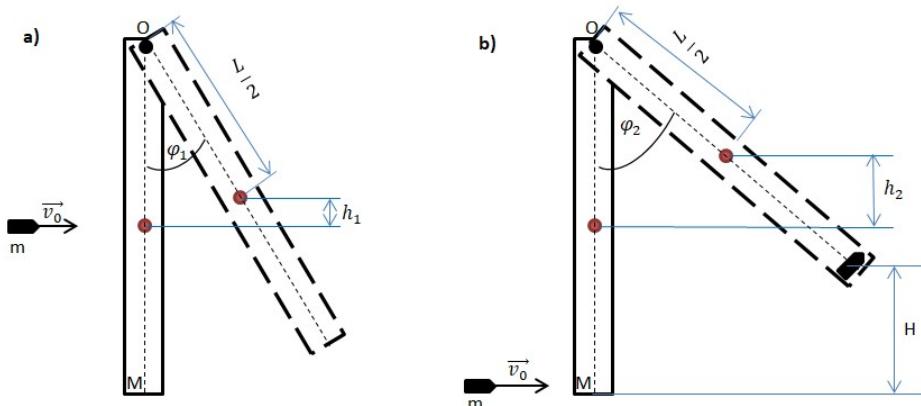
$$L = 2 \text{ m}$$

$$S = 31,5 \text{ cm}^2 = 3,15 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$m = 12 \text{ g} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$v_0 = 500 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\rho = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$



- Moment količine kretanja sistema ($\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = I \cdot \vec{\omega}$) prije sudara, mora biti jednak momentu količine kretanja sistema poslije sudara. Prije

sudara greda je mirovala, pa je moment količine kretanja sistema predstavljao samo moment količine kretanja metka $L_1 = mv_0 \frac{L}{2}$ u odnosu na osu O. Poslije sudara metak i greda nastavljaju da se obrću oko iste ose, sa ukupnim momentom količine kretanja $L_2 = I_s \omega$. Ovdje je moment inercije sistema I_s jednak zbiru momenta inercije grede i momenta inercije metka u odnosu na osu O. Moment inercije grede je $I_g = \frac{ML^2}{3}$, a moment inercije metka $I_{m_1} = \frac{mL^2}{4}$, pa se može pisati:

$$\begin{aligned} mv_0 \frac{L}{2} &= (I_g + I_{m_1})\omega_1 \\ mv_0 \frac{L}{2} &= \left(\frac{ML^2}{3} + \frac{mL^2}{4} \right) \omega_1 \quad / : L \\ \frac{mv_0}{2} &= \frac{(4M + 3m)}{12} L \omega_1 \\ \omega_1 &= \frac{6mv_0}{(4M + 3m)L} \end{aligned}$$

Masa grede je $M = \rho LS = 5.04 \text{ kg}$, pa možemo izračunati ugaonu brzinu sistema:

$$\omega_1 = \frac{6 \cdot 12 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 500 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{(4 \cdot 5.04 \text{ kg} + 3 \cdot 12 \cdot 10^{-3} \text{ kg}) \cdot 2 \text{ m}} = 0.89 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Neposredno poslije sudara sistem raspolaže sa kinetičkom energijom rotacije, koja pri njegovom obrtanju prelazi u potencijalnu energiju sve dok se sistem ne zaustavi. U trenutku zaustavljanja važi:

$$\frac{I_s \omega_1^2}{2} = m_s g h_1$$

Sa slike se vidi da je:

$$\cos \varphi_1 = \frac{\frac{L}{2} - h_1}{\frac{L}{2}}$$

$$h_1 = \frac{L}{2}(1 - \cos \varphi_1)$$

$$\begin{aligned}
\frac{I_s \omega_1^2}{2} &= m_s g h_1 \\
\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{ML^2}{3} + \frac{mL^2}{4} \right) \cdot \left(\frac{6mv_0}{(4M+3m)L} \right)^2 &= (m+M)g \frac{L}{2} (1 - \cos \varphi_1) \\
\frac{1}{2} \cdot \frac{(4M+3m)L^2}{12} \cdot \frac{36m^2v_0^2}{(4M+3m)^2L^2} &= (m+M)g \frac{L}{2} (1 - \cos \varphi_1) \\
\frac{3m^2v_0^2}{4M+3m} &= (m+M)gL(1 - \cos \varphi_1) \\
(1 - \cos \varphi_1) &= \frac{3m^2v_0^2}{(4M+3m)(m+M)gL} \\
\cos \varphi_1 &= 1 - \frac{3m^2v_0^2}{(4M+3m)(m+M)gL} = 0.946 \\
\varphi_1 &= \arccos(0.946) = 18.91^\circ
\end{aligned}$$

b) U slučaju kada metak udari u kraj grede, možemo pisati:

$$\begin{aligned}
mv_0 L &= (I_g + I_{m2})\omega_2 \\
mv_0 L &= \left(\frac{ML^2}{3} + mL^2 \right) \omega_2 \\
mv_0 L &= \frac{M+3m}{3} L^2 \omega_2 \\
\omega_2 &= \frac{3mv_0}{(M+3m)L} = 1.77 \frac{\text{rad}}{\text{s}}
\end{aligned}$$

Kinetička energija rotacije prelazi u potencijalnu energiju, pa u trenutku zaustavljanja, možemo pisati:

$$\frac{I_s \omega_2^2}{2} = (mH + Mh_2)g$$

Sa slike se vidi da je :

$$\cos \varphi_2 = \frac{\frac{L}{2} - h_2}{\frac{L}{2}} \implies h_2 = \frac{L}{2} (1 - \cos \varphi_2)$$

$$\begin{aligned}
\cos \varphi_2 &= \frac{L - H}{L} \implies H = L(1 - \cos \varphi_2) \\
\frac{I_s \omega_2^2}{2} &= (mH + Mh_2)g \\
\frac{\left(\frac{ML^2}{3} + mL^2\right)}{2} \cdot \left(\frac{3mv_0}{(M+3m)L}\right)^2 &= (1 - \cos \varphi_2) \left(mL + \frac{ML}{2}\right)g \\
\frac{1}{2} \cdot \frac{(M+3m)L^2}{3} \cdot \frac{9m^2v_0^2}{(M+3m)^2L^2} &= (1 - \cos \varphi_2) \left[mL + \frac{ML}{2}\right]g \\
\frac{3}{2} \cdot \frac{m^2v_0^2}{(M+3m)} &= (1 - \cos \varphi_2) \frac{(2m+M)}{2}Lg \\
(1 - \cos \varphi_2) &= \frac{3m^2v_0^2}{(M+3m)(2m+M)Lg} \\
\cos \varphi_2 &= 1 - \frac{3m^2v_0^2}{(M+3m)(2m+M)Lg} = 0.786 \\
\varphi_2 &= \arccos(0, 786) = 38.19^\circ
\end{aligned}$$

c) Odnos uglova otklona:

$$\frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{38,19^\circ}{18,91^\circ} = 2,02$$

Ugao pod b) je veći zbog toga što je u tom slučaju moment količine kretanja metka prije sudara veći nego u slučaju pod a).

4. Zadatak

Koliku najmanju brzinu treba da ima kosmički brod prilikom polaska sa Zemlje da bi stigao do Mjeseca? Uzeti da je udaljenost između Zemlje i Mjeseca 363000 km, odnosno 57R, gdje je R poluprečnik Zemlje. ($m_Z = 5.972 \cdot 10^{24} kg$, $m_M = 7.347 \cdot 10^{22} kg$, $R = 6371 km$, $\gamma = 6.674 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$)

Rješenje:

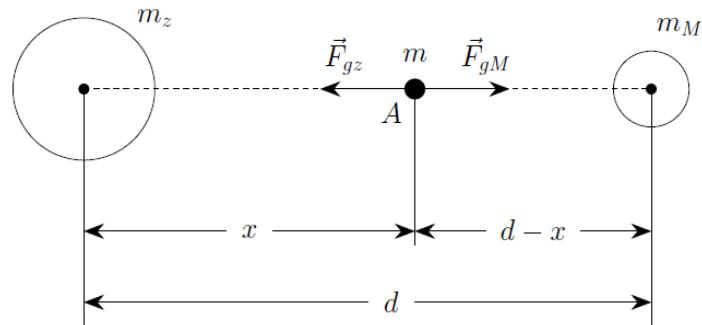
$$m_Z = 5.972 \cdot 10^{24} kg$$

$$m_M = 7.347 \cdot 10^{22} kg$$

$$R = 6371 km, \gamma = 6.674 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$$

$$d = 363000 km$$

U tački A, gravitacione sile Zemlje i Mjeseca su jednake:



$$G_Z = G_M$$

Ako je x rastojanje tačke A od Zemlje, onda vrijedi:

$$\gamma \frac{mm_Z}{x^2} = \gamma \frac{mm_M}{(d-x)^2}$$

$$m_Z(d-x)^2 = m_M x^2$$

$$m_Z(d^2 - 2dx + x^2) = m_M x^2$$

$$x^2(m_Z - m_M) - 2dm_Zx + m_Zd^2 = 0$$

Rješavanjem kvadratne jednačine dobija se:

$$x_{1/2} = \frac{2dm_Z \pm \sqrt{4d^2m_Z^2 - 4m_Zd^2(m_Z - m_M)}}{2(m_Z - m_M)}$$

$$\begin{aligned} x_{1/2} &= \frac{2dm_Z \pm \sqrt{4d^2m_Z^2(1 - 1 + \frac{m_M}{m_Z})}}{2(m_Z - m_M)} \\ x_{1/2} &= \frac{2dm_Z \pm 2dm_Z\sqrt{\frac{m_M}{m_Z}}}{2(m_Z - m_M)} \\ x_{1/2} &= \frac{dm_Z(1 \pm \sqrt{\frac{m_M}{m_Z}})}{m_Z - m_M} \\ x_{1/2} &= \frac{d(1 \pm \sqrt{\frac{m_M}{m_Z}})}{1 - \frac{m_M}{m_Z}} = \frac{d(1 \pm \sqrt{k})}{1 - k} \end{aligned}$$

$k = \frac{m_M}{m_z} = 1.23 \cdot 10^{-2}$ odnos masa Mjeseca i Zemlje. Dobija se približna vrijednost za x :

$$x_1 = \frac{d}{1.12} \quad x_2 = \frac{d}{0.90}$$

x_2 je veće od d pa stoga nije moguće rješenje tako da x je približno

$$x = 324107.14km \approx 51R$$

Za lansiranje kosmičkog broda prema Mjesecu potrebno je uložiti rad za

njegovo pomjeranje sa površine Zemlje u položaj A, pri čemu je ovaj rad:

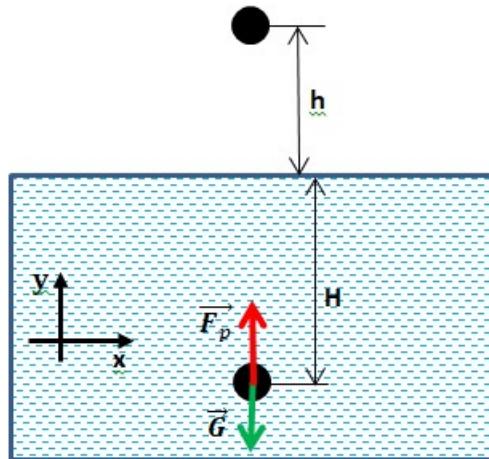
$$\begin{aligned}A &= \gamma m m_Z \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \gamma m m_z \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{51R} \right) \\A &= \frac{51\gamma m m_Z - \gamma m m_Z}{51R} = \frac{50\gamma m m_Z}{51R} \\A &= \frac{mv^2}{2} \\ \frac{50\gamma m m_Z}{51R} &= \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{100\gamma m_Z}{51R}} \\v &= 11075.52 \frac{m}{s} \approx 11.07 \frac{km}{s}\end{aligned}$$

Ovo je najmanja brzina doleta na Mjesec.

5. Zadatak

Sa visine $h = 1.5 \text{ m}$ iznad nivoa mirne jezerske vode pusti se da slobodno pada mala sferna kuglica od materijala gustine $\rho = 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Na kojoj dubini u vodi će se zaustaviti ta kuglica? Koliko vremena će se kretati kuglica kroz vodu? Otpor vode zanemariti, a gustina vode je $\rho_0 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Rješenje:



Brzinu kuglice pri ulasku u vodu računamo na osnovu zakona o sačuvanju energije

$$\begin{aligned} E_p &= E_k \\ mgh &= \frac{mv_0^2}{2} \\ v_0 &= \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,5\text{m}} = 5,42 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Prilikom kretanja kroz vodu kuglica usporava. Primjenom II Newton-ovog zakona, tada vrijedi:

$$m\vec{a} = \vec{F}_p + \vec{G}$$

Na kuglicu djeluju: sila potiska $F_p = \rho_0 g V$ i težina tijela $G = mg = \rho g V$, u pravcu y-ose, tada vrijedi:

$$\begin{aligned} ma &= F_p - G \\ \rho V \cdot a &= \rho_0 g V - \rho g V \quad / : V \\ \rho \cdot a &= (\rho_0 - \rho)g \\ a &= \frac{(\rho_0 - \rho)}{\rho} \cdot g = 0,853 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

Na dubini H , ispod površine vode, kuglica se zaustavi i tada je njena brzina $v = 0 \text{ m/s}$. Upotrebom relacija za ravnomjerno usporeno kretanje, dobijamo dubinu H na kojoj se kuglica zaustavi u vodi.

$$v^2 = v_0^2 - 2aH$$

$$0 = v_0^2 - 2aH$$

$$v_0^2 = 2aH$$

$$H = \frac{v_0^2}{2a} = 17,22 \text{ m}$$

Vrijeme kretanja kuglice kroz vodu jednako je zbiru vremena kretanja od površine vode do zaustavljanja t_1 i vremena kretanja od zaustavljanja do ponovnog povratka na površinu vode t_2 . Kuglica u oba slučaja prelazi jednakе dužine puteva H , tada je $t_1 = t_2$.

$$v = v_0 - at_1$$

$$v_0 = at_1$$

$$t_1 = \frac{v_0}{a} = 6,35 \text{ s}$$

$$t_1 = t_2 = 6,35 \text{ s}$$

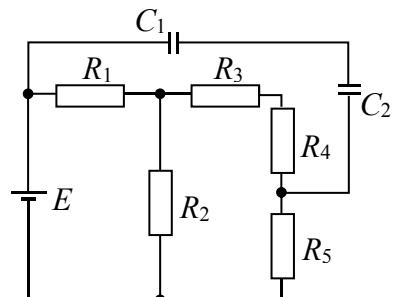
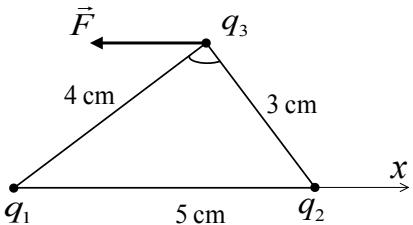
$$t = t_1 + t_2 = 12,7 \text{ s}$$

**ZADACI ZA KANTONALNO TAKMIČENJE IZ FIZIKE
 UČENIKA SREDNJIH ŠKOLA**

**Behram-begova medresa, Tuzla
 31.03.2022. godine**

Oblast B: OSCILACIJE, TALASI I ELEKTROMAGNETIZAM

- Harmonički oscilator mase 6 g ima maksimalnu brzinu 10 m/s. Na rastojanju 3 cm od ravnotežnog položaja potencijalna energija je jednaka trećini njegove kinetičke energije. Odrediti koliko iznosi povratna sila u tom položaju.
- Prijemnik i izvor zvučnih oscilacija frekvencije 2000 Hz se nalaze smješteni na x -osi. Izvor osciluje duž te ose, sa amplitudom 50 cm. Prijemnik se udaljava od izvora brzinom 10 m/s i registruje zvuk u rasponu frekvencija od 200 Hz. Odrediti frekvenciju oscilovanja izvora? Brzina zvuka je 340 m/s.
- Tri nanelektrisana postavljena su kao na slici. Nanelektrisanje q_1 nanelektrisano je količinom naboja $2 \mu C$, ali znak njegovog nanelektrisanja kao i količina naboja nanelektrisanja q_2 nisu poznati. Nanelektrisanje q_3 nanelektrisano je količinom naboja $+4 \mu C$, a ukupna sila \vec{F} na q_3 djeluje u negativnom smjeru x -ose. $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} C^2/Nm^2$
 - Razmotriti različite mogućnosti znaka nanelektrisanja q_1 i q_2 . Postoje četiri moguća dijagrama sila koji predstavljaju sile \vec{F}_1 i \vec{F}_2 kojima nanelektrisanja q_1 i q_2 djeluju na nanelektrisanje q_3 . Skicirati ova četiri moguća dijagrama sila.
 - Upotrebom skica dijagrama sila iz dijela pod a) i na osnovu smjera sile \vec{F} odrediti znak nanelektrisanja q_1 i q_2 .
 - Odrediti koliku količinu naboja ima nanelektrisanje q_2 .
 - Odrediti intenzitet rezultujuće sile F na nanelektrisanje q_3 .
- U kolu prikazanom na slici *ems* izvora iznosi 9 V. Otpornosti otpornika iznose $R_1=40 \Omega$, $R_2=100 \Omega$, $R_3=20 \Omega$, $R_4=30 \Omega$ i $R_5=50 \Omega$, dok kapacitivnosti kondenzatora iznose $C_1=60 \mu F$ i $C_2=30 \mu F$. Odrediti:
 - pad napona na otporniku R_3
 - snagu koju kolu predaje generator (izvor)
 - pad napona na kondenzatoru C_2 .
- Na cilindru dužine 20 cm i poluprečnika 2 cm namotana je primarna zavojnica koja ima 1000 namotaja, a iznad nje sekundarna zavojnica koja ima 500 namotaja. Odrediti koliki napon se indukuje između krajeva sekundarne zavojnice ako se tokom vremena od 0,1 s jačina struje u primarnoj zavojnici jednolikom poveća od 0 A do 1 A? $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$



Rješenje 1.

$$m=6 \text{ g}=0,006 \text{ kg}$$

$$v_{\max}=10 \text{ m/s}$$

$$y=3 \text{ cm}=0,03 \text{ m}$$

$$Ep=1/3 E_k$$

$$F=?$$

Intenzitet povratne sile u nekom položaju oscilatora se izražava u obliku: $F = k y$. (3 b)

$$\text{Prema uslovu zadatka vrijedi: } E_p = \frac{1}{3} E_k \quad \rightarrow \quad E_k = 3E_p$$

$$\frac{mv^2}{2} = 3 \cdot \frac{1}{2} ky^2 \quad (4 \text{ b})$$

$$\text{Ukupna energija oscilatora je: } E = E_k + E_p = \frac{mv_{\max}^2}{2} \quad (3 \text{ b})$$

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{1}{2} ky^2 = \frac{mv_{\max}^2}{2}$$

$$\frac{3}{2} ky^2 + \frac{1}{2} ky^2 = \frac{mv_{\max}^2}{2} \quad \rightarrow \quad 2ky^2 = \frac{mv_{\max}^2}{2}$$

$$k = \frac{mv_{\max}^2}{4y^2} \quad (5 \text{ b})$$

$$F = ky = \frac{mv_{\max}^2}{4y^2} y = \frac{mv_{\max}^2}{4y} \quad (3 \text{ b})$$

$$F = 5 \text{ N} \quad (2 \text{ b})$$

Rješenje 2.

$$f_0=2000 \text{ Hz}$$

$$A=50 \text{ cm}=0,5 \text{ m}$$

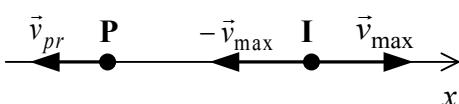
$$v_{pr}=10 \text{ m/s}$$

$$\Delta f=200 \text{ Hz}$$

$$c=340 \text{ m/s}$$

$$\omega=?$$

Izvor osciluje harmonijski, što znači da se kreće brzinama u intervalu od $-v_{\max}$ do $+v_{\max}$ u



odnosu na prijemnik.

$$\text{Maksimalna brzina izvora (harmonijskog oscilatora) je: } v_{\max} = \omega A \quad (2 \text{ b})$$

gdje je A amplituda oscilovanja, a ω kružna frekvencija oscilovanja.

Prijemnik registruje frekvencije u intervalu f_1 do f_2 :

$$f_1 = f_0 \frac{c - v_{pr}}{c + v_{\max}} \quad f_2 = f_0 \frac{c - v_{pr}}{c - v_{\max}} \quad (6 \text{ b})$$

pri čemu je f_1 frekvencija kada se izvor kreće u smjeru x ose (udaljava se od prijemnika), a f_2 kada se izvor kreće u suprotnom smjeru od smjera x ose (približava se izvoru).

$$\Delta f = f_2 - f_1 = 200 \text{ Hz} \quad (1 \text{ b})$$

Uvrštavanjem prethodnih izraza se dobiva:

$$\Delta f = f_0 \left(\frac{c - v_{pr}}{c - v_{\max}} - \frac{c - v_{pr}}{c + v_{\max}} \right)$$

$$\Delta f = f_0 \frac{2v_{\max} (c - v_{pr})}{c^2 - v_{\max}^2} \quad (3 \text{ b})$$

$$\Delta f v_{\max}^2 + 2(c - v_{pr}) f_0 v_{\max} - c^2 \Delta f = 0 \quad (2 \text{ b})$$

Rješavanjem kvadratne jednačine po v_{\max} se dobiva:

$$v_{\max} = \frac{-2(c - v_{pr}) f_0 \pm \sqrt{4(c - v_{pr})^2 f_0^2 + 4c^2 \Delta f^2}}{2\Delta f} \quad (2 \text{ b})$$

$$v_{\max} = 17,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (2 \text{ b})$$

Drugo rješenje ($v_{\max} = -6617,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$) se odbacuje zbog negativnog predznaka. (1 b)

$$\text{Frekvenciju oscilovanja izvora je: } \omega = \frac{v_{\max}}{A} = 35 \frac{\text{rad}}{\text{s}}. \quad (1 \text{ b})$$

Rješenje 3.

$$q_1 = 2 \mu\text{C}$$

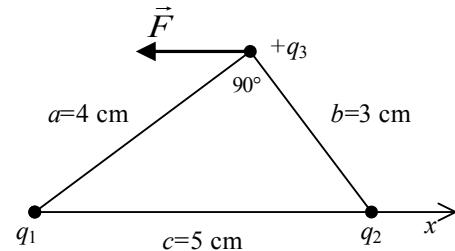
$$q_3 = +4 \mu\text{C}$$

a) skicirati dijagrame

b) znak q_1 i q_2

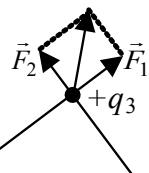
c) $q_2 = ?$

d) $F = ?$

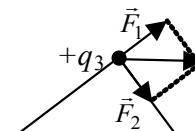
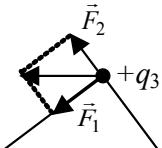


a) (4 b)

$q_1 > 0$ i $q_2 > 0$ Sile F_1 i F_2 su odbojne. $q_1 > 0$ i $q_2 < 0$ Sila F_1 je odbojna, a F_2 privlačna.



$q_1 < 0$ i $q_2 > 0$ Sila F_1 je privlačna, F_2 odbojna. $q_1 < 0$ i $q_2 < 0$ Sile F_1 i F_2 su privlačne.

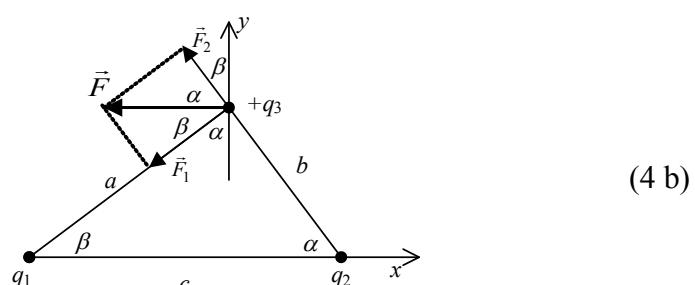


b) Na osnovu dijagrama sila i smjera sile F zaključuje se da vrijedi: $q_1 < 0$ i $q_2 > 0$. (2 b)

c) Intenziteti sila F_1 i F_2 su:

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{a^2} = 45 \text{ N}$$

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{b^2}$$



Komponenta rezultujuće sile u pravcu y ose je jednaka nuli, $F_y = 0$.

To znači da su projekcije sila F_1 i F_2 u pravcu y ose jednakog intenziteta:

$$F_2 \cos \beta = F_1 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \cos \beta = \frac{a}{c} \quad (2 \text{ b})$$

Kantonalno takmičenje 2022.

Oblast B: Oscilacije, talasi i elektromagnetizam

$$F_2 = F_1 \frac{b}{c} \frac{c}{a} = \frac{b}{a} F_1 = \frac{3}{4} F_1$$

$$F_2 = 33,75 \text{ N} \quad (2 \text{ b})$$

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{b^2} \rightarrow q_2 = \frac{4\pi\epsilon_0 b^2 F_2}{q_3} \quad q_2 = 8,44 \cdot 10^{-7} \text{ C} \quad (2 \text{ b})$$

d) $F = F_x$

$$F_x = -F_2 \cos \alpha - F_1 \cos \beta$$

$$F_x = -F_2 \frac{b}{c} - F_1 \frac{a}{c} \quad (2 \text{ b})$$

$$F_x = -56,25 \text{ N} \rightarrow F = 56,25 \text{ N} \quad (2 \text{ b})$$

Rješenje 4.

$$E=9 \text{ V}$$

$$R_1=40 \Omega, R_2=100 \Omega$$

$$R_3=20 \Omega, R_4=30 \Omega$$

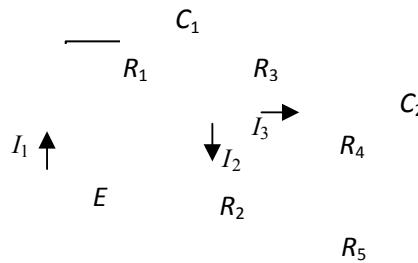
$$R_5=50 \Omega$$

$$C_1=60 \mu\text{F}, C_2=30 \mu\text{F}$$

a) $U_3=?$

b) $P=?$

c) $U_{C2}=?$



a) Kroz granu sa kondenzatorima struja ne protiče. Napon na otporniku R_3 : $U_3 = R_3 I_3$. (1 b)

$$I_1 = I_2 + I_3 \rightarrow I_3 = I_1 - I_2 \quad (1 \text{ b})$$

Otpornici R_3, R_4 i R_5 se mogu zamijeniti jednim ekvivalentnim otpornikom otpornosti:

$$R_{el} = R_3 + R_4 + R_5 = 100 \Omega$$

Otpornik R_2 je vezan paralelno sa R_{el} , pa je ekvivalentna otpornost te veze:

$$R_e = \frac{R_2 R_{el}}{R_2 + R_{el}} = 50 \Omega \quad (1 \text{ b})$$

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_e} = 0,1 \text{ A} \quad (3 \text{ b})$$

Jačina struje I_2 se određuje uzimajući u obzir da je napon na krajevima otpornika R_2 jednak naponu na krajevima otpornika R_e :

$$U_2 = I \cdot R_e = 5 \text{ V}$$

$$U_2 = I_2 \cdot R_2 \rightarrow I_2 = \frac{U_2}{R_2} = 0,05 \text{ A} \quad (2 \text{ b})$$

$$I_3 = I_1 - I_2 = 0,05 \text{ A} \quad (1 \text{ b})$$

$$U_3 = R_3 I_3 = 1 \text{ V} \quad (1 \text{ b})$$

II način određivanja jačine struje I_3 je preko Kirchhoffovih pravila.

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$E = I_1 R_1 + I_2 R_2$$

$$I_3 (R_3 + R_4 + R_5) - I_2 R_2 = 0$$

Rješavanjem prethodnog sistema po jačinama struja se dobiva:

$$I_3 = \frac{R_2 E}{(R_3 + R_4 + R_5 + R_2)(R_1 + R_2) - R_2^2}$$

$$I_3 = 0,05 \text{ A}$$

Kantonalno takmičenje 2022.**Oblast B: Oscilacije, talasi i elektromagnetizam**

$$I_2 = \frac{I_3(R_3 + R_4 + R_5)}{R_2} = 0,05 \text{ A}$$

$$I_1 = I_2 + I_3 = 0,1 \text{ A}$$

b) $P = E \cdot I_1 = 0,9 \text{ W}$ (3 b)

c) Zbog paralelne veze vrijedi: $U_{C1} + U_{C2} = I_1 R_1 + I_3 (R_3 + R_4)$ (2 b)

Kondenzatori su vezani redno, pa je nanelektrisanje na oblogama oba kondenzatora jednako:

$$q = C_1 U_{C1} = C_2 U_{C2} \rightarrow U_{C1} = \frac{C_2}{C_1} U_{C2} \quad (2 \text{ b})$$

$$\frac{C_2}{C_1} U_{C2} + U_{C2} = I_1 R_1 + I_3 (R_3 + R_4)$$

$$U_{C2} = \frac{I_1 R_1 + I_3 (R_3 + R_4)}{\frac{C_2}{C_1} + 1} \quad (2 \text{ b})$$

$$U_{C2} = 4,33 \text{ V} \quad (1 \text{ b})$$

Rješenje 5.

$$d = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

$$r = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$$

$$N_1 = 1000$$

$$N_2 = 500$$

$$\Delta t = 0,1 \text{ s}$$

$$I: I_1 = 0 \text{ A} \rightarrow I_2 = 1 \text{ A}$$

$$E_i = ?$$

$$E_i = -N_2 \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad (4 \text{ b})$$

Promjena fluksa se određuje na osnovu promjene jačine struje u primarnoj zavojnici.

$$\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = B_2 S - B_1 S \quad (2 \text{ b})$$

$$S = r^2 \pi = 1,256 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \quad (3 \text{ b})$$

$$\text{Indukcija magnetnog polja zavojnice je: } B = \frac{\mu_0 N I}{d} \quad (3 \text{ b})$$

$$B_1 = 0 \quad B_2 = \frac{\mu_0 N_1 I_2}{d} \quad (2 \text{ b})$$

$$\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = \Phi_2 = \frac{\mu_0 N_1 I_2 S}{d} \quad (2 \text{ b})$$

$$E_i = -N_2 \frac{\mu_0 N_1 I_2 S}{d \Delta t} \quad (2 \text{ b})$$

$$E_i = -39,4 \text{ mV} \quad (2 \text{ b})$$

**ZADACI ZA KANTONALNO TAKMIČENJE IZ FIZIKE
UČENIKA SREDNJIH ŠKOLA**

Behram-begova medresa, Tuzla

31.03.2022. godine

Oblast: OPTIKA, ATOMSKA I NUKLEARNA FIZIKA

1. Bikonveksno sočivo žižne daljine $f_1 = 20 \text{ cm}$ je stavljeno 5 cm ispred konveksnog ogledala žižne daljine $f_2 = 15 \text{ cm}$. Predmet visine 2 cm je postavljen na udaljenosti 10 cm ispred sočiva. Naći:
 - a) Položaj lika koji se formira nakon što zraci prođu kroz sočivo. Kakav je lik?
 - b) Položaj lika koji se formira nakon što se zraci odbiju od ogledala. Kakav je lik?
 - c) Položaj i visinu konačnog lika nakon što odbijeni zraci prođu ponovo kroz sočivo.Obavezno i geometrijski naći svaki od likova!
2. Gledajući sa mosta dječaku se čini da je predmet koji se nalazi na dnu rijeke na dubini od $h = 2m$. Kolika je stvarna dubina na kojoj je predmet na dnu? Indeks prelamanja vode je $1,33$. Obavezno skicirati!
3. Na difrakcionu rešetku, čija je konstanta $5\mu\text{m}$, pada okomito svjetlost iz gasne cijevi napunjene atomskim vodikom. Na ekrantu, postavljenom iza rešetke, golin okom se vidi difrakcionala slika. Kojem kvantnom prelazu odgovara spektralna linija čiji se maksimum petog reda vidi pod uglom 41° ? Rydbergova konstanta je $R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$.
4. Za jednu primjenu radioaktivnog natrijuma ^{24}Na potrebna je aktivnost od $3,7 \cdot 10^7 \text{ Bq}$. Izračunati masu ovog izotopa koju treba poručiti od proizvođača, ako od trenutka isporuke pa do trenutka primjene prođe 2 dana? Period poluraspada ^{24}Na je $14,9$ sati, a Avogadrov broj je $N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

$$p_1 = 10 \text{ cm}$$

$$f_1 = 20 \text{ cm}$$

$$f_2 = 15 \text{ cm}$$

$$P = 2 \text{ cm}$$

$$U = ?$$

Rješenje 1.:

a) Iz jednačine sočiva imamo:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{l_1} = \frac{1}{f_1}$$

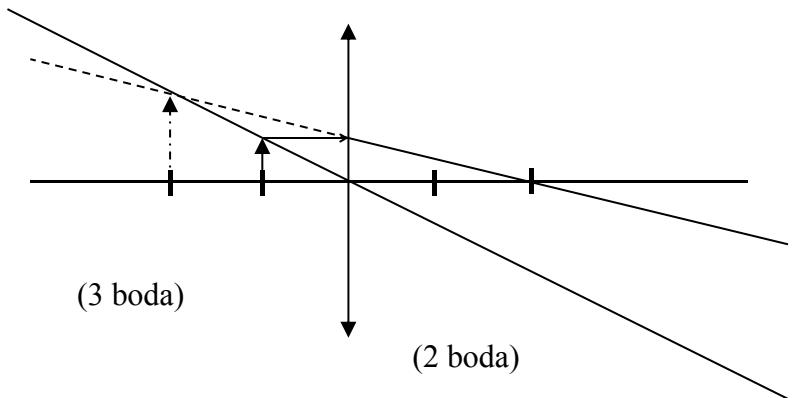
Kako je $p_1 = 10 \text{ cm}$ i $f_1 = 20 \text{ cm}$, slijedi:

$$\frac{1}{10 \text{ cm}} + \frac{1}{l_1} = \frac{1}{20 \text{ cm}} \Rightarrow l_1 = -20 \text{ cm}$$

Uvećanje lika je:

$$U_1 = \frac{l_1}{p_1} = -2$$

Lik je imaginaran, uspravan i uvećan.



(3 boda)

(2 boda)

b) Dobijeni lik predstavlja predmet za konveksno ogledalo, čija je udaljenost od ogledala:

$$p_2 = 20 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 25 \text{ cm}$$

Iz jednačine za konveksno ogledalo imamo:

$$\frac{1}{p_2} - \frac{1}{l_2} = \frac{1}{f_2}$$

Uvrštavanjem dobijamo:

$$\frac{1}{25 \text{ cm}} - \frac{1}{l_2} = -\frac{1}{15 \text{ cm}} \Rightarrow l_2 = \frac{75}{8} \text{ cm} = 9,375 \text{ cm}$$

(3 boda)

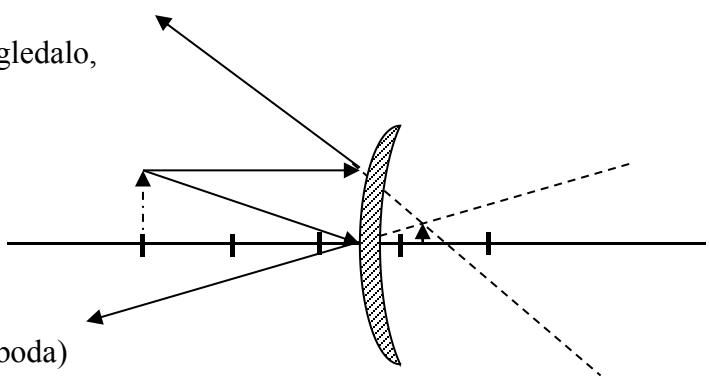
Uvećanje, odnosno, umanjenje lika je:

$$U_2 = \frac{l_2}{p_2} = \frac{3}{8}$$

Lik je imaginaran, uspravan i umanjen.

(3 boda)

(2 boda)



c) Udaljenost predmeta za drugo prelamanje na sočivu je:

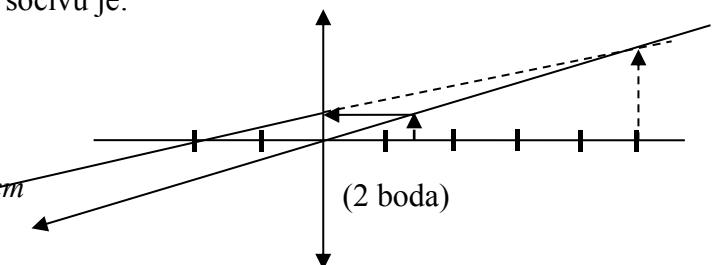
$$p_3 = \frac{75}{8} \text{ cm} + 5 \text{ cm} = \frac{115}{8} \text{ cm}$$

Iz jednačine sočiva dobijamo:

$$\frac{1}{(115/8) \text{ cm}} + \frac{1}{l_3} = \frac{1}{20 \text{ cm}} \Rightarrow l_3 = \frac{460}{9} \text{ cm} = -51,1 \text{ cm}$$

Uvećanje je:

$$U_3 = \frac{l_3}{p_3} = -\frac{32}{9}$$



(2 boda)

(3 boda)

Ukupno uvećanje konačnog lika je:

$$U = (-2) \cdot \frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{32}{9}\right) = \frac{8}{3}$$

Visina konačnog lika je:

$$L = 2 \text{ cm} \cdot \frac{8}{3} = 5,33 \text{ cm}$$

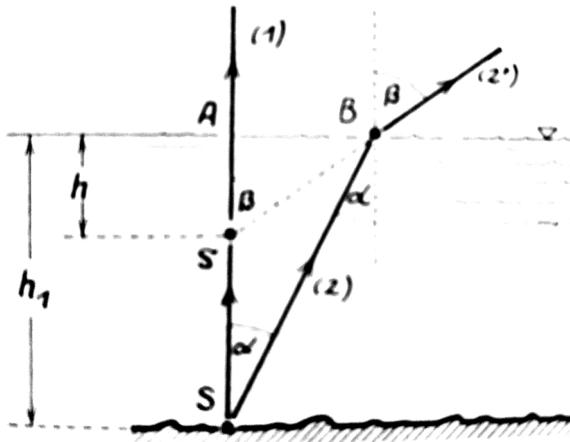
(4 boda)

Rješenje 2.:

$$h = 2\text{m}$$

$$n = 1,33$$

$$h_1 = ?$$



(5 bodova)

Potrebno je uočiti dva svjetlosna zraka koji polaze iz tačke S sa predmeta na dnu rijeke. Zrak (1) pada normalno na graničnu površinu voda-vazduh ne mijenajući svoj pravac. Zrak (2) pada na ovu graničnu površinu pod uglom α , a poslije prelamanja njegov pravac zaklapa ugao β prema normali. Prema tome, dječak vidi lik tačke S (tj. tačku S') koji se nalazi u presjeku pravaca zraka (1) i (2'). Sa slike se vidi da je:

$$h = \frac{AB}{\tan \beta}$$

i

$$h_1 = \frac{AB}{\tan \alpha}$$

odakle je:

$$\frac{h}{h_1} = \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} \quad (5 \text{ bodova})$$

Ako se gleda odozgo, onda je zbog malih vrijednosti uglova α i β je:

$$\tan \beta \approx \sin \beta$$

i

$$\tan \beta \approx \sin \beta$$

pa se može napisati:

$$\frac{h}{h_1} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad (5 \text{ bodova})$$

Iz zakona prelamanja je:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n} \quad (5 \text{ bodova})$$

te slijedi:

$$\frac{h}{h_1} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n}$$

Onda je stvarna dubina:

$$h_1 = nh = 1,33 \cdot 2\text{m} = 2,66\text{m} \quad (5 \text{ bodova})$$

Rješenje 3.:

$$d = 5\mu m$$

$$k = 5$$

$$\alpha = 41^\circ$$

$$R = 1,097 \cdot 10^7 m^{-1}$$

$$n = ?$$

Položaj difrakcionog maksimuma određen je relacijom:

$$d \cdot \sin \alpha = k\lambda \quad (5 \text{ bodova})$$

Tada je talasna dužina jednaka:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{d \cdot \sin \alpha}{k} \\ \lambda &= \frac{5 \cdot 10^{-6} m \cdot \sin 41^\circ}{5} \\ \lambda &= 656 nm \end{aligned} \quad (5 \text{ bodova})$$

Iz dobivenog rezultata se vidi da talasna dužina spada u vidljivi dio spektra, te se radi o Balmerovoj seriji, gdje je $m=2$. (5 bodova)

Iz Rydbergove formule za talasnu dužinu zračenja izračunavamo kojem kvantnom prelazu odgovara spektralna linija.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (5 \text{ bodova})$$

$$\frac{1}{\lambda R} = \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\frac{1}{m^2} - \frac{1}{\lambda R} = \frac{1}{n^2}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{656 \cdot 10^{-9} m \cdot 1,097 \cdot 10^7 m^{-1}} = \frac{1}{n^2} \quad (3 \text{ boda})$$

$$n = 3 \quad (2 \text{ boda})$$

Rješenje 4.:

$$A = 3,7 \cdot 10^7 Bq$$

$$t = 2 \text{ dana} = 172\ 800 \text{ s}$$

$$T_{1/2} = 14,9 \text{ h} = 53640 \text{ s}$$

$$M = 24 \text{ g/mol}$$

$$m=?$$

Izraz za aktivnost možemo napisati u obliku:

$$A = \lambda N \quad (3 \text{ boda})$$

Kako je:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (5 \text{ bodova})$$

prethodni izraz se može napisati:

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \quad (2 \text{ boda})$$

Iz izraza za radioaktivnu konstantu dobivamo:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \\ &= \frac{0.693}{53640 \text{ s}} \\ &= 1,29 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

(5 bodova)

Kako je početni broj atoma dat izrazom:

$$N_0 = m \frac{N_A}{M} \quad (2 \text{ boda})$$

Uvrštavajući prethodni izraz i vrijednost za radioaktivnu konstantu u izraz za aktivnost dobivamo:

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

$$A = \lambda \frac{m}{M} N_A e^{-\lambda t}$$

$$m = \frac{AM}{N_A \lambda} e^{\lambda t} \quad (5 \text{ bodova})$$

Uvrštavajući date vrijednosti u prethodni izraz dobivamo:

$$m = 1,062 \cdot 10^{-9} \text{ g} \quad (3 \text{ boda})$$

Rezultati takmičenja

OBLAST: MEHANIKA I TERMODINAMIKA

R. br.	Takmičar	Šifra	Škola	Broj bodova
1.	Numanović Muhamed	MT008	JU Behram-begova medresa u Tuzli	91
2.	Jašić Husein	MT028	JU Behram-begova medresa u Tuzli	79
3.	Baturić Lejla	MT023	JU Behram-begova medresa u Tuzli	65
4.	Sarajlić Selver	MT003	JU Behram-begova medresa u Tuzli	61
5.	Zildžić Laila	MT019	JU Gimnazija "Dr. Mustafa Kamarić" Gračanica	51
6.	Topčagić Irma	MT015	JU Gimnazija "Dr. Mustafa Kamarić" Gračanica	45
7.	Hamzić Ismar	MT020	JU Gimnazija "Mustafa Novalić" Gradačac	44
8.	Sarajlić Emina	MT005	JU Gimnazija "Dr. Mustafa Kamarić" Gračanica	43
9.	Imširović Amir	MT021	JU Gimnazija "Mustafa Novalić" Gradačac	37
10.	Salihbašić Mahir	MT034	JU MSŠ Srebrenik	29
11.	Kurtić Amila	MT014	JU MSŠ Banovići	24
12.	Softić Din	MT024	JU MS Elektrotehnička škola Tuzla	13
13.	Dinarević Faris	MT010	Richmond Park International Secondary School Tu	11
14.	Mujanović Irna	MT001	JU MS Elektrotehnička škola Tuzla	10
15.	Salihović Zinaida	MT029	JU MSŠ Banovići	10
16.	Šehanović Adnan	MT004	Richmond Park International Secondary School Tu	9
17.	Teskeredžić Džemail	MT017	JU MS Mašinska škola Tuzla	9
18.	Avdibašić Alema	MT013	JU Gimnazija "Meša Selimović" Tuzla	8
19.	Hodžić Alejna	MT012	JU MSŠ Gračanica	7
20.	Hadžimehmedović Amila	MT022	JU Gimnazija "Ismet Mujezinović" Tuzla	7
21.	Bulić Amina	MT027	JU Gimnazija "Meša Selimović" Tuzla	7
22.	Alibegobić Adin	MT046	JU Elektro-mašinska škola Lukavac	7
23.	Mujkanović Tarik	MT009	JU Gimnazija "Mustafa Novalić" Gradačac	6
24.	Imamović Amila	MT026	JU Srednja hemijska škola Tuzla	6
25.	Razić Sara	MT030	JU Gimnazija "Meša Selimović" Tuzla	6
26.	Omić Dženana	MT032	JU MSŠ "Hasan Kikić" Gradačac	6
27.	Mujanović Lamija	MT037	JU Srednja medicinska škola Tuzla	6
28.	Humić Lamija	MT002	JU MSŠ "Doboj Istok" Brijesnica Velika	5
29.	Šipraga Mak	MT006	Richmond Park International Secondary School Tu	5
30.	Alić Tarik	MT011	JU MS Elektrotehnička škola Tuzla	5
31.	Alihodžić Mirza	MT016	JU Gimnazija "Ismet Mujezinović" Tuzla	5
32.	Jusufović Emina	MT018	JU Srednja medicinska škola Tuzla	5
33.	Banjić Adna	MT025	JU MSŠ "Doboj Istok" Brijesnica Velika	5
34.	Bećirović Dženana	MT031	JU Srednja medicinska škola Tuzla	5
35.	Zahirović Admir	MT033	JU MSŠ "Hasan Kikić" Gradačac	5
36.	Wisaam Ibrahim Zayed	MT036	JU Srednja medicinska škola Tuzla	5
37.	Mujkić Asja	MT041	JU Srednja medicinska škola Tuzla	5
38.	Škrebo Semina	MT007	JU MSŠ "Doboj Istok" Brijesnica Velika	0

Komisija za ocjenjivanje radova:

- 1. Osmanović Hedim**
- 2. Ahmetspahić Meliha**
- 3. Maksuda Muratović Smolo**
- 4. Ivanović Danijel**
- 5. Jagodić Muamer**
- 6. Čajić Monika**

OBLAST: ELEKTROMAGNETIZAM, OSCILACIJE I TALASI

R. br.	Takmičar	Šifra	Škola	Broj bodova
1.	Baturić Ajla	EM002	JU Behram-begova medresa u Tuzli	97
2.	Rakovac Kanita	EM025	JU Gimnazija "Meša Selimović" Tuzla	73
3.	Turbić Ammar	EM011	JU Gimnazija "Mustafa Novalić" Gradačac	51
4.	Halilović Emir	EM036	JU MS Elektrotehnička škola Tuzla	37
5.	Mujić Ensar	EM014	JU MSŠ Banovići	33
6.	Hodžić Hamza	EM005	JU Gimnazija "Meša Selimović" Tuzla	31
7.	Nikolić Lukas	EM012	JU MS Elektrotehnička škola Tuzla	30
8.	Zejčirović Dževad	EM030	JU Gimnazija Živinice	19
9.	Imamović Amna	EM028	JU Gimnazija "Meša Selimović" Tuzla	18
10.	Mujić Benjamin	EM007	JU Gimnazija "Dr. Mustafa Kamarić" Gračanica	17
11.	Karić Vedad	EM029	JU MS Elektrotehnička škola Tuzla	16
12.	Šehić Salih	EM033	JU MSŠ "Doboj Istok" Brijesnica Velika	12
13.	Selimović Bakir	EM026	JU Gimnazija Živinice	11
14.	Halilović Enis	EM016	JU MSŠ (Medicinska škola) Lukavac	10
15.	Omić Nedim	EM018	JU Gimnazija "Mustafa Novalić" Gradačac	9
16.	Bilajac Eldar	EM019	JU Gimnazija "Mustafa Novalić" Gradačac	9
17.	Šušić Vedran	EM021	JU Gimnazija "Meša Selimović" Tuzla	7
18.	Barčić Belmina	EM022	JU MSŠ Kalesija	7
19.	Alibašić Anela	EM032	JU MSŠ Kalesija	7
20.	Brkičević Ševal	EM001	JU MSŠ Gračanica	5
21.	Buljubašić Amar	EM003	JU Srednja medicinska škola Tuzla	5
22.	Pašalić Alma	EM013	JU Srednja medicinska škola Tuzla	5
23.	Zolotić Asja	EM020	JU Gimnazija "Meša Selimović" Tuzla	5
24.	Šabanović Faris	EM008	JU Srednja medicinska škola Tuzla	4
25.	Salkić Adelisa	EM010	JU MSŠ "Doboj Istok" Brijesnica Velika	3
26.	Bajrić Emina	EM006	JU MSŠ Gračanica	2
27.	Mulaosmanović Beriz	EM015	JU MSŠ Teočak	2
28.	Mehić Haris	EM017	JU MSŠ Banovići	2
29.	Imširović Mevlija	EM031	Richmond Park International Secondary School Tu	2
30.	Jahić Sumejja	EM004	Richmond Park International Secondary School Tu	1
31.	Omerčević Bakir	EM023	JU MSŠ Čelić	1
32.	Ahmetović Amila	EM024	JU MSŠ Čelić	1
33.	Isaković Amna	EM027	JU MSŠ Srebrenik	1
34.	Alibašić Lejla	EM034	JU MSŠ "Doboj Istok" Brijesnica Velika	1
35.	Dedić Sulejman	EM009	Richmond Park International Secondary School Tu	0

Komisija za ocjenjivanje radova:

1. Kasumović Amira

2. Paočić Sabira

3. Čamđić Mirzeta

4. Halilčević Mersiha

5. Okanović Alma

OBLAST: OPTIKA i ATOMSKA FIZIKA

R. br.	Takmičar	Šifra	Škola	Broj bodova
1.	Suljić Mahir	OP004	JU MSS Šrebrenik	83
2.	Ibrahimović Džan	OP014	Richmond Park International Secondary School Tuz	80
3.	Avdibašić Elnur	OP010	JU Gimnazija "Meša Selimović" Tuzla	76
4.	Imamović Azra	OP005	JU MSS Živinice	74
5.	Zoletić Esmir	OP013	JU Gimnazija Živinice	54
6.	Sarajlić Nejira	OP012	Richmond Park International Secondary School Tuz	46
7.	Mujkić Nejra	OP017	JU MSS "Doboj Istok" Brijesnica Velika	28
8.	Bristrić Emina	OP006	JU Gimnazija "Mustafa Novalić" Gradačac	20
9.	Alić Belma	OP011	JU Gimnazija "Mustafa Novalić" Gradačac	17
10.	Bristrić Amila	OP002	JU Gimnazija "Mustafa Novalić" Gradačac	15
11.	Hadžić Amina	OP001	JU MSS "Doboj Istok" Brijesnica Velika	13
12.	Mustafić Ema	OP018	JU MSS Šrebrenik	13
13.	Čajić Mirsad	OP007	JU MSS Gračanica	10
14.	Avdaković Ajna	OP009	JU MSS "Doboj Istok" Brijesnica Velika	10
15.	Selimović Vedran	OP003	Richmond Park International Secondary School Tuz	1
16.	Čerkezović Tarik	OP008	JU Gimnazija Živinice	1

Komisija za ocjenjivanje radova:

1. Baraković Ervin
2. Šišić Adnan
3. Selić Muamer
4. Pihljak Azra