

Oblast: Optika, atomska i nuklearna fizika

R.B.	Ime i prezime učenika (takmičara)	ŠIFRA	Broj bodova	Naziv škole	Ime i prezime profesora (voditelja).
1	Džan Ibrahimović	Sivi Sokol	100	Richmond Park International Secondary School Tuzla	Dina Mehanović Hulusić
2	Eldin Ahmetović	LOPATA	94	Behram begova medresa	Dino Ćorović
3	Aldin Saračević	VARUS	53	Richmond Park International Secondary School Tuzla	Dina Mehanović Hulusić
4	Admir Mahmutović	DADO	50	JU Gimnazija "Meša Selimović"	
5	Ismail Brkić	SvjeiAmidža	45	Behram-begova medresa u Tuzli	Dino Ćorović
6	Mahir Suljić	Sun Tzu	29	Mješovita srednja škola Srebrenik	Muamer Jagodić
7	Amar Kahrimanović	METILORANGE	27	JU MSS Doboj Istok	Adnan Šišić
8	Lamija Bajrektarević	ALIBABA	27	Gimnazija "Meša Selimović"	Azra Pihljak
9	Vanesa Klopić	1503	22	JU Gimnazija "Meša Selimović"	Azra Pihljak
10	Asja Sarajlic	Leptirić	20	JU Gimnazija Zivinice	Muljka Hamzagic
11	Đulka Osmanović	teatime	10	Richmond Park International Secondary School Tuzla	Dina Mehanović Hulusić
12	Lejla Jahić	151002	4	Gimnazija Meša Selimović	Azra Pihljak
13	Amina Hasanovic	Vodemil	2	JU Gimnazija Zivinice	Muljka Hamzagic
14	Dino Osmić	Dineš	0	JU MSS Doboj Istok	Adnan Šišić
15	Lamija Trumić	Jabuka	0	JU Gimnazija Zivinice	Muljka Hamzagic

Oblast: Oscilacije, talasi i elektromagnetizam

R.B.	Ime i prezime učenika (takmičara)	ŠIFRA	Broj bodova	Naziv škole	Ime i prezime profesora (voditelja).
1	Muhammed Ahmetović	ELEKTRONI	100	Behram-begova medresa u Tuzli	Dino Ćorović
2	Elmira Hrnjičić	LJUBIČICA	100	MSS Lukavac	

3	Lukas Nikolić	SEVE 2004	85	JU MSŠ Elektrotehnička škola Tuzla	Alma Okanović
4	Kanita Rakovac	F0102	84	Gimnazija "Meša Selimović" Tuzla	Azra Pihljak
5	Amna Sultanić	564001	73	JUMS Elektrotenička škola Tuzla	Alma Okanović
6	Čajtinović Fahrudin	16112301	71	JU MSŠ Kalesija	Mujanović Aida
7	Hajrudin Bajrić	YAMIKAZE	71	JUMS Elektrotehnička škola Tuzla	Alma Okanović
8	Ajla Baturić	2703AB	62	Behram-begova medresa u Tuzli	Dino Ćorović
9	Lejla Kuljancic	SOLENOID	60	JU Gimnazija Zivinice	Muljka Hamzagic
10	Aida Mazalović	Elektron	58	Gimnazija Meša Selimović	Azra Pihljak
11	Emina Mandžukić	KTIZFEM	51	JU MS elektrotehnička škola Tuzla	Prof. Alma Okanović
12	Nejira Sarajlić	OPTIMA	51	Richmond Park International Secondary School Tuzla	Dina Mehanović Hulusić
13	Emina Bristić	SUNČICA.7	44	JU Gimnazija" Mustafa Novalić" Gradačac	Adis Aljić
14	Mezetovic Nerma	11032021E	43		
15	Vedran Selimović	OBLUTAK	42	Richmond Park International Secondary School Tuzla	Dina Mehanović Hulusić
16	Belmin Arnaut	Burek123	41	JU Gimnazija "Dr. Mustafa Kamarić" Gračanica	Sakić Zerina (Baraković Ervin)
17	Emir Plavšić	A27	37	JU Srednja medicinska škola Tuzla	Halid Bešić
18	Armin Džanić	AOGZ	33	Gimnazija Meša Selimović Tuzla	Suada Kunosić
19	Lamija Drobić	4039	25	JU Srednja medicinska škola Tuzla	Halid Bešić
20	Armin Kalfić	12122004	18	Richmond Park International Secondary School Tuzla	Dina Mehanović Hulusić
21	Čajić Mirsad	MIG526	10	Mješovita srednja škola, Gračanica	Besima Kadrić Bajrić
22	Ernesa Ahmetović	EST9	10	JU Gimnazija" Mustafa Novalić" Gradačac	Adis Aljić
23	Amin Dervišević	KAFA	5	JU MSŠ Dobož Istok	Adnan Šišić
24	Amar Bajramovic	MELIODAS	3	JU Gimnazija Zivinice	Muljka Hamzagic
25	Amila Bristić	OBLAK03	3	JU Gimnazija" Mustafa Novalić" Gradačac	Adis Aljić

Oblast: Mehanika i termodinamika

R.B.	Ime i prezime učenika (takmičara)	ŠIFRA	Broj bodova	Naziv škole	Ime i prezime profesora (voditelja).
1	Lejla Dorić	eleven	66	Behram-begova medresa	Dino Corovic
2	Emina Sarajlić	a2b2c2	60	JU Gimnazija "Dr. Mustafa Kamarić" Gračanica	Sakić Zerina (Baraković Ervin)
3	Elmir Kujraković	std::count	49	Mješovita srednja škola "Hasan Kikić" Gradačac	Ajsela Mulalić
4	Muhamed Duraković	log18001	35	Mješovita srednja škola, Gračanica	Besima Kadrić Bajrić
5	Laila Zildžić	L203MK	28	JU Gimnazija "Dr. Mustafa Kamarić" Gračanica	Sakić Zerina (Baraković Ervin)
6	Amina Hadžić	dibrometan	24	JU MSŠ Doboj Istok	Adnan Šišić
7	Amir Imširović	rx580	23	Gimnazija "Mustafa Novalić"	Alema Borogovac
8	Emir Halilović	6ynwa6_	23	JUMS Elektrotehnička škola Tuzla	Amela Subašić
9	Alejna Hodžić	1RONM4R	22	MSŠ Gračanica	Mirzeta Čamdžić
10	Irma Topčagić	fzy1k	21	JU Gimnazija "Dr. Mustafa Kamarić" Gračanica	Sakić Zerina (Baraković Ervin)
11	Adela Hujdur	M8R31G11	15	Gimnazija "Ismet Mujezinović"	Indira Kavazovic
12	Mirna Hodžić	A23#!B	12	JU KŠC "Sveti Franjo", Opća gimnazija Tuzla	Boris Budimir
13	Adna Memić	F8513	11	JUMS Elektrotehnička škola Tuzla	Amela Subašić
14	Amra Mumić	J2E#A4N	9	Richmond Park International Secondary School Tuzla	Dina Mehanović Hulusić
15	Lejla Durmisevic	logika2019	9	JU Gimnazija "Mustafa Novalić" Gradacac	Alema Borogovac

16	Ajla Mujezinović	UORUDBF	7	JU Srednja medicinska škola Tuzla	Jasmin Suljanović
17	Amna Imamović	134340PLUTO	7	Gimnazija "Meša Selimović"	Azra Pihljak
18	Dalila Muslić	D2408*	6	JU Mješovita srednja škola Čelić	Isnar Tinjić
19	Dževad Zejčirović	810406	6	JU Gimnazija Živinice	Muljka Hamzagić
20	Nejra Mujkić	mobitel2713	6	JU MSS Doboj Istok	Adnan Šišić
21	Amela Zeherović	_142122386_	5	JU Mješovita srednja škola Čelić	Isnar Tinjić
22	Hamza Hodzic	G#SW05	5	Gimnazija "Mesa Selimovic:	Azra Pedljic
23	Mevlija Imširović	ljubičasti zmajevi	5	Richmond Park International Secondary School Tuzla	Dina Mehanović Hulusić
24	Sabina Baraković	BUTTERFLY	5	JU Gimnazija "Meša Selimović" Tuzla	Azra Pihljak
25	Almedina Avdić	plavonebo123	4	JU Srednja medicinska škola Tuzla	Jasmin Suljanović
26	Azur Hamzić	Aumaubau!1	4	JU Mješovita srednja škola Čelić	Isnar Tinjić
27	Faruk Umihanić	rQm63	4	Richmond Park International Secondary School Tuzla	Dina Mehanović Hulusić
28	Tarik Mesanovic	52431678	4	JU Gimnazija "Mesa Selimovic" Tuzla	Azra Pihljak
29	Adelisa Salkić	#Pernica1234.14	3	JU MSS Doboj Istok	Adnan Šišić
30	Dino Imširović	21454	3	Richmond Park International Secondary School Tuzla	Dina Mehanović Hulusić
31	Amna Šehić	8691xy	2	JU Srednja medicinska škola Tuzla	Jasmin Suljanović
32	Irma Alimanovic	Lovac2712	2	jU Gimnazija Zivinice	Muljka Hamzagic
33	Merjem Džafić	0834M	2	Mješovita srednja škola Srebrenik	Salen Snagić
34	Selma Pekarić	12A075	2	JU Gimnazija "Mustafa Novali" Gradačac	Alema Borogovac
35	Amina Jahic	parsekA17		Gimnazija "Ismet Mujezinovic"	Indira Kavazovic
36	Ema Mustafić			Mješovita srednja škola Srebrenik	Muamer Jagodić
37	Ivan Mijić			JU KŠC "Sveti Franjo" Opća gimnazija Tuzla	Boris Budimir
38	Mahir Salihbašić			Mješovita srednja škola Srebrenik	Salen Snagić
39	Tarik Cerkezovic			JU Gimnazija Zivinice	Muljka Hamzagic

RJEŠENJA ZADATAKA NA KANTONALNOM TAKMIČENJU
UČENIKA SREDNJIH ŠKOLA IZ FIZIKE 2020-21.

Oblast: Oscilacije, talasi i elektromagnetizam

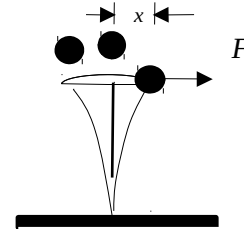
Tuzla; 07.04.2021.

ZADACI:

1. Na horizontalno postavljennom stolu nalazi se vertikalno učvršćena elastična žica (Slika 1). Na vrhu žice nalazi se metalna kuglica mase 50 g. Silom od $F = 1$ N kuglica se može pomjeriti za $x = 2$ cm u horizontalnom pravcu.

- a) Kolika je frekvencija oscilovanja kuglice kada se ona pusti da slobodno osciluje?
b) Kolikoa je maksimalna brzina oscilovanja kuglice?
c) Koliko je maksimalno ubrzanje kuglice?

(20 bodova)



Slika 1.

- a) (10 bodova)

$$F_0 = kx_0$$

$$k = \frac{F_0}{x_0}$$

$$k = \frac{1 \text{ N}}{0,02 \text{ m}} = \frac{100 \text{ N}}{2 \text{ m}} = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$k = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$k = m\omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} = \frac{50 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{50 \cdot 10^{-3} \text{ kg}} = 1000 \frac{1}{\text{s}^2}$$

$$\omega = \sqrt{1000 \frac{1}{\text{s}^2}} = 31,62 \frac{1}{\text{s}}$$

$$2\pi f = 31,62 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$f = \frac{31,62}{6,28} \text{ Hz} = 5,04 \text{ Hz}$$

$$f = 5,04 \text{ Hz}$$

- b) (5 bodova)

$$Ek_0 = Ep_0$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{1}{2} kx_0^2$$

$$v_0^2 = \frac{k}{m} x_0^2 = \omega^2 x_0^2$$

$$v_0 = \omega x_0$$

$$v_0 = 31,62 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 2 \text{ cm} = 63,24 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$v_0 = 63,24 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

c) (5 bodova)

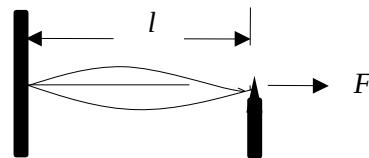
$$ma_0 = kx_0$$

$$a_0 = \frac{k}{m} x_0 = \omega^2 x_0$$

$$a_0 = 1000 \frac{1}{\text{s}^2} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2. Kolikom silom treba zategnuti čeličnu žicu, dužine $l = 40 \text{ cm}$ i debljine $d = 0,2 \text{ mm}$, da bi njena osnovna frekvencija iznosila $f_0 = 435 \text{ Hz}$? (Slika 2) Gustina čelika je $\rho = 7,8 \text{ g/cm}^3$.
(20 bodova)



Slika 2

$$v = \sqrt{\frac{F_z}{\mu}}$$

$$F_z = \mu v^2 = \frac{m}{l} (\lambda_0 f_0)^2 = \frac{\rho V}{l} (2lf_0)^2 = \frac{\rho S l}{l} 4l^2 f_0^2 = \rho \frac{\pi d^2}{4} 4l^2 f_0^2 = \rho \pi (dlf_0)^2$$

$$F_z = \rho \pi (dlf_0)^2 = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 3,14 \left(0,2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 0,4 \text{ m} \cdot 435 \frac{1}{\text{s}} \right)^2 =$$

$$= 24\,492 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(34,8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right)^2 = 24\,492 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 12,11 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^4}{\text{s}^2} = 29,66 \text{ N}$$

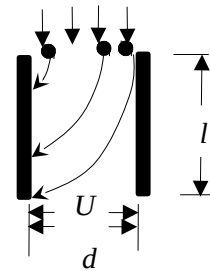
$$F = 29,66 \text{ N}$$

$$F \approx 30 \text{ N}$$

3. Između vertikalno postavljenih kondenzatorskih ploča vlada napon od $U = 100 \text{ V}$ (Slika 3). Kondenzatorske ploče su na rastojanju $d = 1 \text{ cm}$, a njihova dužina je $l = 4 \text{ cm}$. Između ploča prolazi snop elektrona u vertikalnom pravcu. Koliku brzinu moraju imati elektroni pa da ne napuste prostor između kondenzatorskih ploča? Kondenzator je u vakuumu.

$$(\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}, e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg})$$

(20 bodova)



Slika 3

$$eE = ma$$

$$e \frac{U}{d} = ma$$

$$a = \frac{eU}{md}$$

$$a = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 100 \text{ V}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 10^{-2} \text{ m}} = \frac{1,6}{9,1} \cdot 10^{14} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0,176 \cdot 10^{14} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a = 17,6 \cdot 10^{12} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$d = \frac{at^2}{2}$$

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{0,176 \cdot 10^{14} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{11,36 \cdot 10^{-12} \text{ s}^2} = 3,37 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

$$t = 3,37 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 3,37 \mu\text{s}$$

$$l = v_0 t$$

$$v_0 = \frac{l}{t}$$

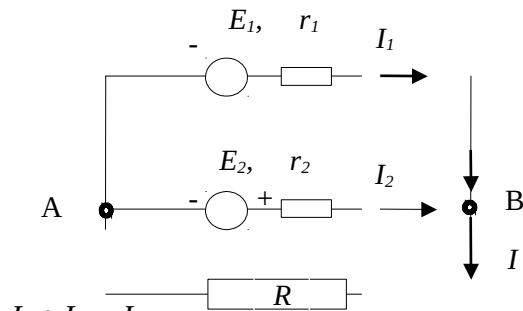
$$v_0 = \frac{4 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{3,37 \cdot 10^{-6} \text{ s}} = 1,187 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 11,87 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 11,87 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$v_0 = 11,87 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$v < v_0$$

$$v < 11,87 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

4. Dva električna izvora jednosmjerne električne struje imaju jednake elektromotorne sile $E_1 = E_2 = 2,1 \text{ V}$, a unutrašnje otpore $r_1 = 0,05 \Omega$ i $r_2 = 0,1 \Omega$. Ako se ovi izvori vežu paralelno i opterete otpornikom tolike otpornosti da kroz njega protiče struja jačine $I = 9 \text{ A}$, odrediti:
- Jačinu električne struje koju daje svaki izvor i
 - Napon na krajevima opterećenih izvora.
- (20 bodova)**



$$I_1 + I_2 = I$$

$$I_1 = I - I_2$$

$$E_1 - I_1 r_1 = IR$$

$$E_2 - I_2 r_2 = IR$$

$$E_1 - I_1 r_1 = E_2 - I_2 r_2$$

$$E_1 - E_2 = I_1 r_1 - I_2 r_2$$

$$I_1 r_1 = I_2 r_2$$

$$(I - I_2) r_1 = I_2 r_2$$

$$I r_1 - I_2 r_1 = I_2 r_2$$

$$I r_1 = I_2 (r_1 + r_2)$$

$$I_2 = \frac{r_1}{r_1 + r_2} I$$

$$I_2 = \frac{0,05 \Omega}{0,05 \Omega + 0,1 \Omega} \cdot 9 \text{ A} = \frac{0,05 \Omega}{0,15 \Omega} \cdot 9 \text{ A} = \frac{5 \Omega}{15 \Omega} \cdot 9 \text{ A} = 3 \text{ A}$$

$$I_2 = 3 \text{ A}$$

$$I_1 = 6 \text{ A}$$

$$U_1 = U_2 = E_2 - I_2 r_2 = 2,1 \text{ V} - 3 \text{ A} \cdot 0,1 \Omega = 2,1 \text{ V} - 0,3 \text{ V} = 1,8 \text{ V}$$

$$U_1 = U_2 = 1,8 \text{ V}$$

5. Raspon krila aviona iznosi $l = 40 \text{ m}$. Avion leti brzinom $v = 720 \text{ km/h}$ u horizontalnom pravcu na mjestu gdje vertikalna komponenta jačine Zemljinog magnetnog polja $H = 16 \text{ A/m}$. Kolika se elektromorna sila indukuje između krajeva krila aviona? ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$) **(20 bodova)**

$$E = B_o l v = \mu_o H l v$$

$$E = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}} 16 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 40 \text{ m} \cdot 200 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 160,8 \cdot 10^4 \cdot 10^{-7} \text{ V} = 160,8 \cdot 10^{-3} \text{ V} = 160,8 \text{ mV}$$

$$E = 160,8 \text{ mV}$$

**Kantonalno takmičenje iz fizike učenika srednjih škola
7.04.2021. Tuzla - ONLINE
Oblast: Mehanika i termodinamika**

ZADACI sa rješenjima

1. Zadatak

Kamen bacimo brzinom $v_0 = 10\text{m/s}$ pod elevacionim uglom $\alpha = 40^\circ$. On pada na zemlju na udaljenosti X_D od početnog položaja. Sa koje visine h treba baciti kamen u horizontalnom pravcu da bi uz jednaku početnu brzinu pao na isto mjesto? Otpor zraka zanemariti.

Rješenje:

$$v_0 = 10\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\alpha = 40^\circ$$

$$h=?$$

Domet kosog hica:

$$X_D = v_{0x}t_k$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha$$

Vrijeme padanja (penjanja) kod kosog hica je:

$$t_p = \frac{v_{0y}}{g}$$

Ukupno vrijeme kretanja:

$$t_k = 2t_p$$
$$t_k = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

Uvrštavanjem relacija za v_{0x} i t_k , domet kosog hica je:

$$X_D = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

Domet horizontalnog hica:

$$X_D = v_0 t$$

Vrijeme kretanja jednako je vremenu slobodnog pada tijela sa iste visine sa koje je izbačeno tijelo u horizontalnom pravcu:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$X_D = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Domet horizontalnog hica jednak je dometu kosog hica, na osnovu toga možemo doći do visine sa koje je izbačeno tijelo u horizontalnom pravcu:

$$v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{2h}{g}} &= \frac{v_0 \sin 2\alpha}{g} \\ \frac{2h}{g} &= \frac{v_0^2 \sin^2 2\alpha}{g^2} \\ h &= \frac{v_0^2 \sin^2 2\alpha}{2g} \\ h &= \frac{(10 \frac{m}{s})^2 (\sin 2 \cdot 40^\circ)^2}{2 \cdot 9,81 \frac{m}{s^2}} \\ h &= \frac{100 \frac{m^2}{s^2} \cdot 0,9698}{19,62 \frac{m}{s^2}} \\ h &= 4,94m\end{aligned}$$

2. Zadatak

Horizontalni disk se obrće oko vertikalne ose ugaonom brzinom ω_1 , njegov moment inercije u odnosu na osu obrtanja je I_1 . Na njega pada drugi disk, koji ima u odnosu na istu osu moment inercije I_2 i ugaonu brzinu ω_2 . Površine diskova su paralelne, a njihovi centri su na istoj vertikalnoj liniji. Donja površina diska koji pada snabdjevena je uređajem koji se pripaja za gornju površinu donjeg diska, pričvršćujući diskove u jednu cjelinu (sistem).

- Naći ugaonu brzinu ω dobivenog sistema.
- Za koliko se promijeni ukupna kinetička energija oba diska poslije pada drugog diska?

Rješenje:

- a) Moment impulsa prvog diska, prije pada drugog diska:

$$L_1 = I_1\omega_1$$

Moment impulsa drugog diska, prije njegovog pada:

$$L_2 = I_2\omega_2$$

Moment impulsa oba diska (sistema), poslije pada drugog diska:

$$L = (I_1 + I_2)\omega$$

Prema zakonu održanja momenta impulsa, zbir impulsa prvog i drugog diska prije pada drugog diska jednak je momentu impulsa sistema:

$$L_1 + L_2 = L$$

$$I_1\omega_1 + I_2\omega_2 = (I_1 + I_2)\omega$$

$$\omega = \frac{I_1\omega_1 + I_2\omega_2}{I_1 + I_2}$$

b) Kinetička (rotaciona) energija prvog diska, prije pada:

$$E_{k_1} = \frac{I_1\omega_1^2}{2}$$

Kinetička (rotaciona) energija drugog diska, prije pada:

$$E_{k_2} = \frac{I_2\omega_2^2}{2}$$

Ukupna kinetička energija diskova prije pada jednaka je zbiru kinetičke energije prvog i drugog diska:

$$E_{k_0} = E_{k_1} + E_{k_2}$$

$$E_{k_0} = \frac{I_1\omega_1^2}{2} + \frac{I_2\omega_2^2}{2}$$

Ukupna kinetička energija sistema, poslije pada diska:

$$E_k = \frac{(I_1 + I_2)\omega^2}{2}$$

Uvrštavanjem izraza za ugaonu brzinu sistema, kinetička energija sistema je:

$$E_k = \frac{(I_1 + I_2)}{2} \cdot \frac{(I_1\omega_1 + I_2\omega_2)^2}{(I_1 + I_2)^2}$$

$$E_k = \frac{(I_1\omega_1 + I_2\omega_2)^2}{2(I_1 + I_2)}$$

$$E_k = \frac{I_1^2\omega_1^2 + 2I_1I_2\omega_1\omega_2 + I_2^2\omega_2^2}{2(I_1 + I_2)}$$

Promjena kinetičke energije, dio energije koji se utroši na spajanje diskova, jednaka je razlici ukupne kinetičke energije prije spajanja diskova i ukupne kinetičke energije poslije spajanja diskova:

$$\Delta E_k = E_{k_0} - E_k$$

$$\Delta E_k = \frac{I_1\omega_1^2}{2} + \frac{I_2\omega_2^2}{2} - \frac{I_1^2\omega_1^2 + 2I_1I_2\omega_1\omega_2 + I_2^2\omega_2^2}{2(I_1 + I_2)}$$

$$\Delta E_k = \frac{I_1\omega_1^2(I_1 + I_2) + I_2\omega_2^2(I_1 + I_2) - (I_1^2\omega_1^2 + 2I_1I_2\omega_1\omega_2 + I_2^2\omega_2^2)}{2(I_1 + I_2)}$$

$$\Delta E_k = \frac{I_1^2\omega_1^2 + I_1I_2\omega_1^2 + I_1I_2\omega_2^2 + I_2^2\omega_2^2 - I_1^2\omega_1^2 - 2I_1I_2\omega_1\omega_2 - I_2^2\omega_2^2}{2(I_1 + I_2)}$$

$$\Delta E_k = \frac{I_1I_2\omega_1^2 + I_1I_2\omega_2^2 - 2I_1I_2\omega_1\omega_2}{2(I_1 + I_2)}$$

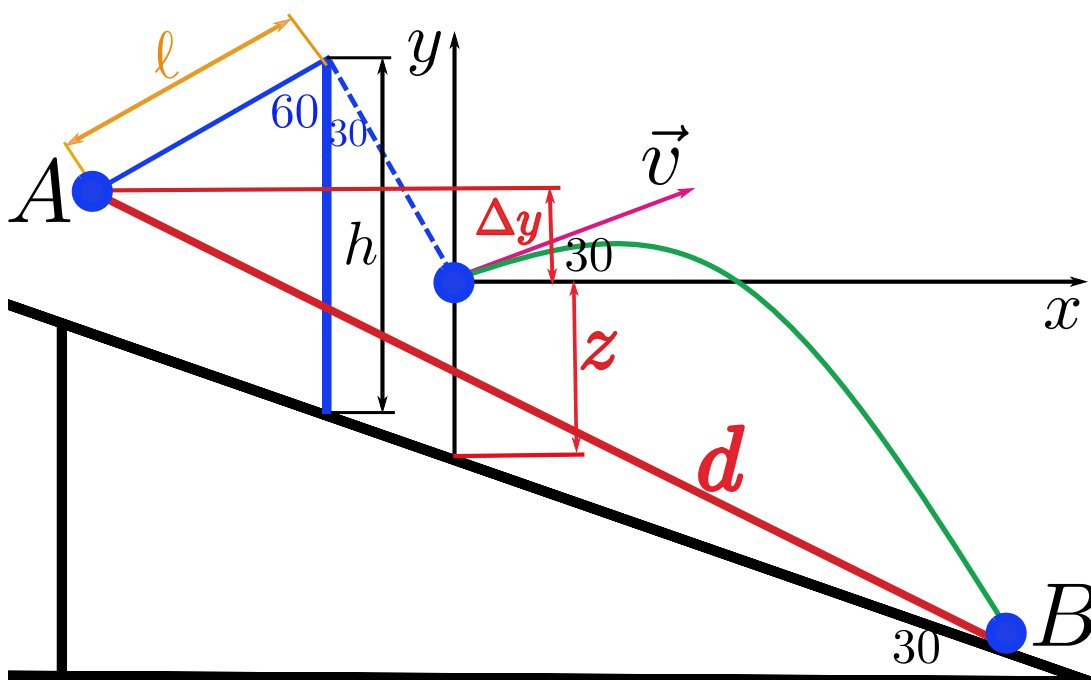
$$\Delta E_k = \frac{I_1I_2(\omega_1^2 - 2\omega_1\omega_2 + \omega_2^2)}{2(I_1 + I_2)}$$

$$\Delta E_k = \frac{I_1I_2(\omega_1 - \omega_2)^2}{2(I_1 + I_2)}$$

3. Zadatak

Matematičko klatno je postavljeno na strmu ravan. Visina držača matematičkog klatna je $2m$, a dužina užeta je $1m$, zanemarljive mase. Za kraj užeta svezana je kuglica zanemarljivih dimenzija. Kuglica se izvede iz ravnotežnog položaja za ugao od 60° (smjer: uz strmu ravan) i tada se nalazi u položaju A. Kuglica se pusti i nakon što opiše ugao 90° uža se prekine i kuglica se nastavlja kretati slobodno te pada na strmu ravan u položaj B. Odrediti udaljenost između položaja A i položaja B. Ugao strme ravni je 30° .

Rješenje:



Zakon očuvanja energije:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mg\Delta y \Rightarrow v_0 = \sqrt{2g\Delta y}$$

$$\Delta y = l \cos 30^\circ - l \cos 60^\circ = \frac{l}{2}(\sqrt{3} - 1)$$

$$v_0 = \sqrt{gl(\sqrt{3} - 1)}$$

Koordinatni sistem je postavljen u tačku kada kuglica napušta klatno. Jednačine kretanja po x i y osi:

$$x = v_{0x}t = v_0 \cos 30^\circ \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos 30^\circ}$$

$$y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} = v_0 \sin 30^\circ \cdot \frac{x}{v_0 \cos 30^\circ} - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 30^\circ} = x \tan 30^\circ - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cdot \cos 30^\circ}$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{3}} - \frac{gx^2}{2gl(\sqrt{3} - 1)} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{3}} - \frac{2x^2}{3l(\sqrt{3} - 1)} \quad (1)$$

Potrebno je odrediti pravac $y = kx + n$ koji prolazi kroz strmu ravan u našem 2D koordinatnom sistemu. S obzirom da je dat nagib strme ravni odredit ćemo koeficijent pravca na sljedeći način. Ugao kojeg zaklapa x osa sa strmom ravni je $360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$

$$k = \tan 330^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$n = -z = -(h - l \cos 30^0 + \frac{l}{2\sqrt{3}})$$

Pa je jednačina pravca:

$$y = -\frac{x}{\sqrt{3}} - (h - l \cos 30^0 + \frac{l}{2\sqrt{3}}) \quad (2)$$

Izjednačavajući jednačine (1) i (2) dobit će se tačka gdje će kuglica pasti:

$$\frac{2x^2}{3l(\sqrt{3} - 1)} - \frac{2x}{\sqrt{3}} + \frac{l}{\sqrt{3}} - H = 0$$

Pomnožimo sa $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\frac{x^2}{l(3 - \sqrt{3})} - x + \frac{l}{2} - \frac{\sqrt{3}H}{2} = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{4(l-h\sqrt{3})}{2l(3-\sqrt{3})}}}{\frac{2}{(3-\sqrt{3})}} m$$

Uzet ćemo sa predznakom plus jer nas interesuje tačka na koju će pasti, a ne tačka sa koje bi tijelo bilo ispaljeno sa strme ravni.

$$x = 1.72m$$

zamjenom x u (2) ili (1)

$$y = -1.70m$$

Koordinate tačke B su $(1.72m, -1.70)$, a tačke A su $(-l \sin 30^0 + l \sin 60^0), \Delta y$, a to je $(-1.36m, 0.366m)$

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

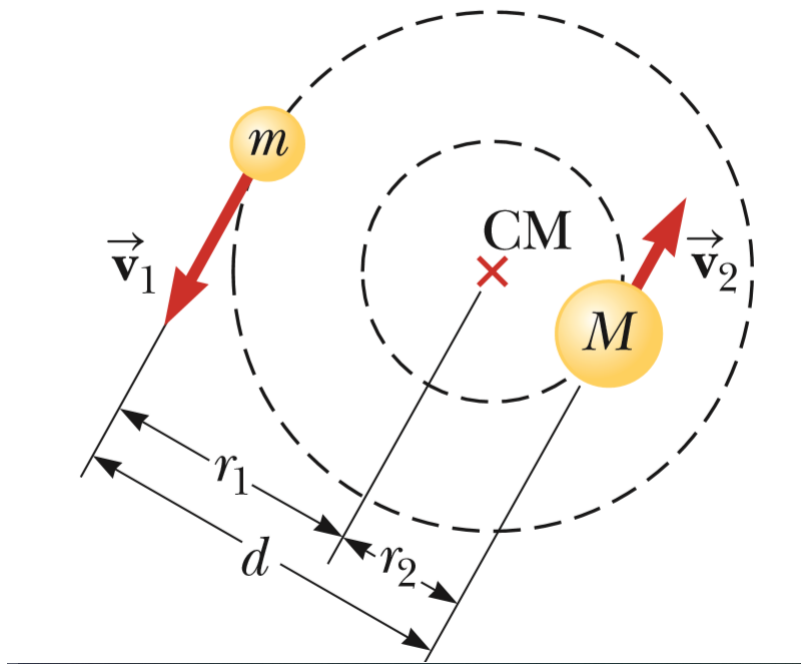
$$d = 3.71m$$

4. Zadatak

Dvije zvijezde masa M i m nalaze se na udaljenosti d (jedna od druge) i kruže oko zajedničkog centra mase. Pretpostaviti da su zvijezde izolovane od ostatka svemira. Pokazati da je period rotacije ovih zvijezda oko centra mase dat sa:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 d^3}{\gamma(M + m)}$$

Rješenje:



Gravitaciona sila koja djeluje na svaku zvijezdu data je sa:

$$F_G = \frac{\gamma M m}{d^2}$$

Centripetalna sila tijela mase m je: $F_{cp} = m r_1 \omega^2$

Prema 2. Njutnovom zakonu:

$$\frac{\gamma M m}{d^2} = m r_1 \omega^2 \quad \Rightarrow \quad \omega^2 = \frac{\gamma M}{d^2 r_1}$$

Kako je:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \Rightarrow \quad \omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

Možemo zapisati:

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{\gamma M}{d^2 r_1} \quad (1)$$

Isto vrijedi i za drugu zvijezdu.

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{\gamma m}{d^2 r_2} \quad (2)$$

Kombinacijom relacija (1) i (2), ili prosto znanjem o centru mase 2 tijela dolazimo do izraza:

$$M r_2 = m r_1$$

Kako je:

$$d = r_2 + r_1 \quad \Rightarrow \quad M(d - r_1) = m r_1$$

Slijedi da je

$$r_1 = \frac{Md}{M+m} \quad (3)$$

Vratimo (3) u (1) i dobijemo:

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{\gamma(M+m)}{d^3} \quad (1)$$

Sredimo li prethodni izraz dobit ćemo željeni izraz:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 d^3}{\gamma(M+m)}$$

5. Zadatak

Šuplja aluminijska kuglica vanjskog poluprečnika 1 cm, a unutrašnjeg 0.9 cm i gustine $\rho_{Al} = 2700 \frac{kg}{m^3}$ udari u horizontalnu mirnu površinu vode. U trenutku udara vektor brzine je zaklapao ugao od 60^0 sa normalom na površinu vode. Brzina kuglice pri ulazu u vodu iznosi $7 \frac{m}{s}$. Izračunati udaljenost od tačke gdje je kuglica ušla u vodu do tačke gdje će kuglica izaći iz vode. Gustina vode je $\rho_v = 1000 \frac{kg}{m^3}$. Zanimariti trenje i otpor pri udaru i kretanju kuglice kroz vodu.

Rješenje:

$$r_2 = 1cm$$

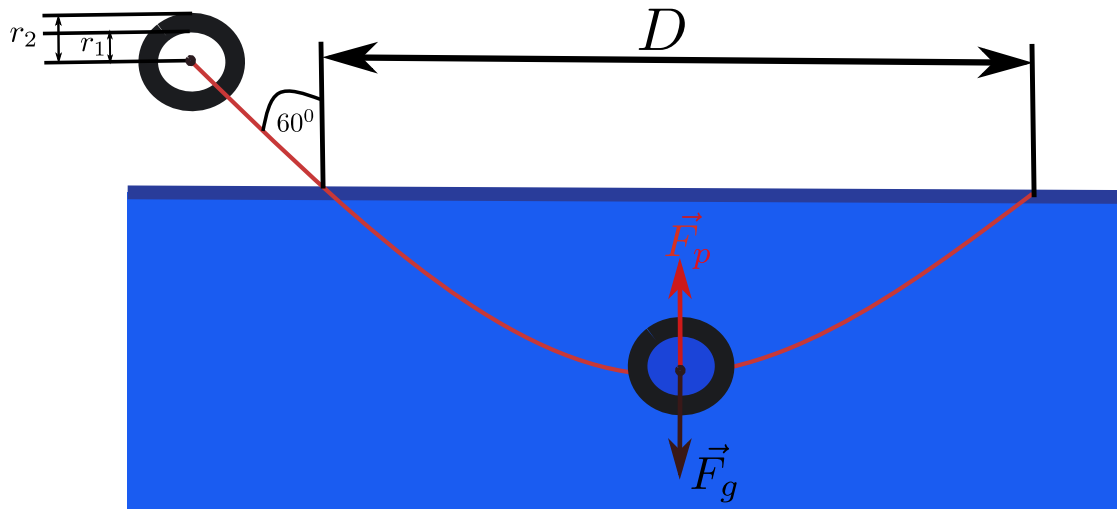
$$r_1 = 0.9cm$$

$$\rho_{Al} = 2700 \frac{kg}{m^3}$$

$$v_0 = 7 \frac{m}{s}$$

$$\rho_v = 1000 \frac{kg}{m^3}$$

$$D=?$$



Masa kuglice je:

$$m = \rho_{Al}V = \rho_{Al}(V_2 - V_1) = \rho_{Al} = \frac{4\rho_{Al}\pi}{3}(r_2^3 - r_1^3)$$

$$m = 3.06 \cdot 10^{-3} kg$$

Prema drugom Newtonovom zakonu:

$$\vec{F}_p + \vec{F}_g = m\vec{a}$$

$$F_p - F_g = ma$$

$$\rho_v V g - mg = ma$$

$$a = \frac{\rho_v V g - mg}{m}$$

$$a = 12.4 \frac{m}{s^2}$$

Sada posmatramo situaciju kao kosi hitac. Domet kosog hica je:

$$D = v_{0x}t$$

$$D = v_0 \cdot \cos 30^\circ \cdot t \quad (1)$$

$$v_{0y} = at_{max}$$

$$v_0 \sin 30^\circ = at_{max}$$

$$t = 2t_{max} = 2 \frac{v_0 \sin 30^\circ}{a}$$

$$t = 0.56s$$

Zamjenom u jednačinu (1)

$$D = 3.39m$$

ZADACI ZA KANTONALNO TAKMIČENJE IZ FIZIKE
UČENIKA SREDNJIH ŠKOLA

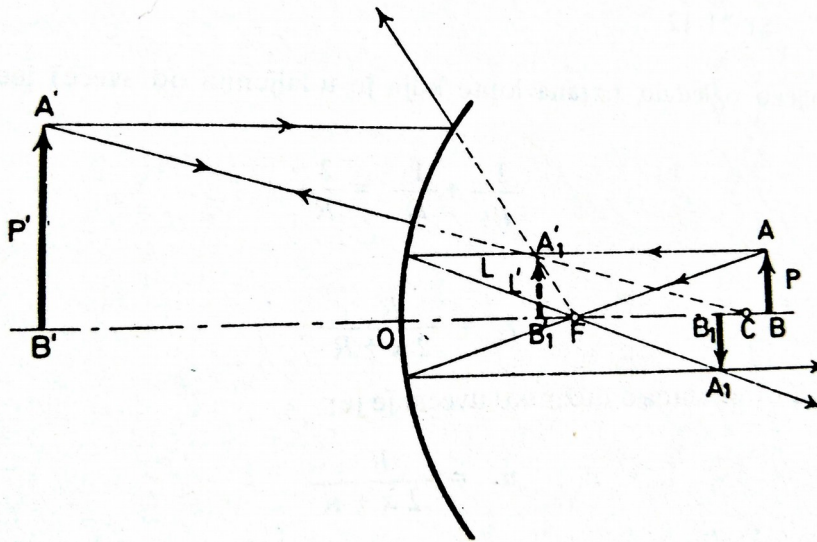
Tuzla, 7.04.2021
ONLINE

Oblast: OPTIKA, ATOMSKA I NUKLEARNA FIZIKA

1. Obje strane jedne sferne površine, poluprečnika krivine 28 cm djeluju kao ogledala. I s jedne i s druge strane ovog ogledala postavljen je po jedan svijetli vertikalni predmet na podjednakim rastojanjima od $p=34$ cm od tjemena ogledala. Visina predmeta koji se nalazi ispred konkavne strane ogledala iznosi $P=2,8$ cm. Kolika treba da bude visina predmeta koji se nalazi ispred konveksne strane ogledala da bi likovi oba predmeta bili na istom mjestu i imali jednake visine? Obavezno i geometrijski odrediti položaj lika!
2. Youngov eksperiment sa dva proreza se izvodi simultano sa dvije talasne dužine, $\lambda_1= 480$ nm i $\lambda_2= 600$ nm. Razmak između proreza je 5,0 mm, a oni su udaljeni od ekrana 1 m. Koliko je rastojanje između interferencijskih maksimuma trećeg reda na ekranu za date talasne dužine.
3. Dvostruko jonizovani atom litijuma (${}^7_3\text{Li}$), koji se nalazi u stanju mirovanja, pri prelazu iz prvog eksitovanog u osnovno stanje emituje foton. Ovim fotonom se jonizuje jednostruko jonizovani atom helijuma (${}^4_2\text{He}$) koji se nalazi u osnovnom stanju. Odrediti brzinu fotoelektrona.
4. Radioaktivni stroncijum (${}^{89}_{38}\text{Sr}$), emisijom β -čestice prelazi u stabilni itrijum (${}^{89}_{39}\text{Y}$). Period poluraspada stroncijuma je 51 dan. U početnom trenutku masa stroncijuma je iznosila 2 g. Koliko će biti itrijuma poslije 102 dana, ako u početnom trenutku nije bilo itrijuma.

Rješenje 1.:

Sa slike se vide položaji koje zauzimaju predmeti i likovi u odnosu na ogledalo. (5 bodova)



Visina lika A_1B_1 predmeta AB postavljenog sa konkavne strane je:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{l}{p} = \frac{R}{2p - R} \quad (5 \text{ bodova})$$

Iz jednačine uvećanja se dobija:

$$L = \frac{l}{p} p = \frac{R}{2p - R} p = 1,96 \text{ cm} \quad (5 \text{ bodova})$$

Visina lika $A_1' B_1'$ predmeta $A' B'$ postavljenog sa konveksne strane je:

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{l'} = -\frac{2}{R} \Rightarrow \frac{l'}{p} = \frac{R}{2p + R} \quad (5 \text{ bodova})$$

Pošto je prema uslovima zadatka $L' = L$, a uvećanje je:

$$p' = \frac{p}{l'} L' \quad (2 \text{ boda})$$

Zamjenom, p/l' i $L' = L$, dobija se visina predmeta P' ispred konveksne strane ogledala:

$$p' = \frac{2p + R}{R} L = 6,7 \text{ cm} \quad (3 \text{ boda})$$

Rješenje 2.:

Uslov za maksimum je:

$$d \sin \theta = n \lambda \quad (5 \text{ bodova})$$

gdje za male uglove možemo uzeti da je:

$$d \cdot \theta = n \lambda \Rightarrow \theta = \frac{n \lambda}{d} \quad (3 \text{ boda})$$

Ugaono skretanje za dva maksimuma će biti:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \frac{n \lambda_1}{d} \\ \theta_2 &= \frac{n \lambda_2}{d} \end{aligned} \quad (5 \text{ bodova})$$

Odnosno, njihova razlika:

$$\Delta \theta = \frac{n(\lambda_2 - \lambda_1)}{d} \quad (3 \text{ boda})$$

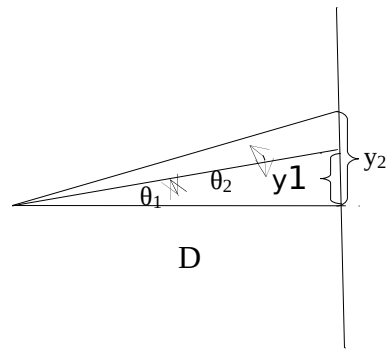
Kako je ekran udaljen na udaljenosti D od proreza imamo:

$$\Delta y = D \tan(\Delta \theta) = \frac{n D (\lambda_2 - \lambda_1)}{d} \quad (5 \text{ bodova})$$

Za male uglove vrijedi:

$$\Delta y = D \Delta \theta = \frac{n D (\lambda_2 - \lambda_1)}{d}$$

$$\Delta y = 7,2 \cdot 10^{-5} \text{ m} \quad (4 \text{ boda})$$



Rješenje 3.:

Za Li^{2+} : $Z=3$, $m=1$; $n=2$ (2 boda)

Energija emitovanog fotona pri prelazu elektrona iz prvog eksitovanog u osnovno stanje jona Li^+ je:

$$E_{21} = h\nu = E_{jH} \cdot Z^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (4 \text{ boda})$$

$$E_{21} = 13,6 \text{ eV} \cdot 3^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \quad (2 \text{ boda})$$

$$E_{21} = 91,8 \text{ eV} \quad (2 \text{ boda})$$

He^+ : Za helijum energija jonizacije je :

$$E_{j\text{He}} = E_{jH} \cdot Z^2 = 13,6 \text{ eV} \cdot 4 = 54,4 \text{ eV} \quad (4 \text{ boda})$$

Brzina emitovanog fotoelektrona se izračunava iz Ajnštajnovе relacije za fotoelektrični efekat:

$$h\nu = A_i + \frac{m v^2}{2} \quad (2 \text{ boda})$$

$$h\nu = E_{21}; A_i = E_{j\text{He}} \quad (4 \text{ boda})$$

$$E_{21} = E_{j\text{He}} + \frac{m v^2}{2} \quad (2 \text{ boda})$$

$$v = \sqrt{\frac{2(E_{21} - E_{jHe})}{m}} \quad (2 \text{ boda})$$

$$v = 3,63 \cdot 10^6 \frac{m}{s} \quad (1 \text{ bod})$$

Rješenje 4.:

$$T_{1/2}(Sr) = 51 \text{ dan}$$

$$m_{0Sr} = 2 \text{ g}$$

$$t = 102 \text{ dana}$$

$$m_Y = ?$$

U početnom trenutku imamo samo atome stroncijuma, koji beta raspadom prelazi u itrijum, te na osnovu zakona radioaktivnog raspada za stroncijum važi:

$$N_{Sr} = N_{0Sr} e^{-\lambda t} \quad (2 \text{ boda})$$

Pri čemu je broj raspadnutih jezgara stroncijuma jednak:

$$\Delta N_{Sr} = N_{0Sr} (1 - e^{-\lambda t}) \quad (4 \text{ boda})$$

Kako radioaktivnim raspadom stroncijuma nastaje itrijum, važi:

$$\Delta N_{Sr} = N_Y \quad (4 \text{ boda})$$

$$N_Y = N_{0Sr} (1 - e^{-\lambda t}) \quad (2 \text{ boda})$$

$$m_Y \frac{N_A}{M_Y} = m_{0Sr} \frac{N_A}{M_{Sr}} (1 - e^{-\lambda t}) \quad (4 \text{ boda})$$

$$m_Y = m_{0Sr} (1 - e^{-\lambda t}) \quad (4 \text{ boda})$$

$$m_Y = 2 \text{ g} \left(1 - e^{\frac{-\ln 2}{T_{1/2}} t} \right) \quad (4 \text{ boda})$$

$$m_Y = 1,5 \text{ g} \quad (1 \text{ bod})$$